

DOS MODELOS MATEMÁTICOS

Faustino Vega Miranda

47

(Recibido: 26-febrero-2016 Aceptado: 8-abril-2016)

Resumen

En este artículo se desarrolla una formalización de dos modelos matemáticos: uno convencional y otro con características heterodoxas. La teoría convencional desarrolla modelos parsimónicos para la enseñanza de la ciencia económica, en particular, los neokeynesianos desarrollan el modelo de tres ecuaciones para explicar cómo calcula el Banco Central una regla monetaria y con ella estabilizar la economía. La propuesta de este documento es determinar los valores de equilibrio del modelo de tres ecuaciones y elaborar un modelo matemático heterodoxo. Para ello, el modelo considera supuestos tales como una economía abierta y pequeña, lo que significa que el tipo de cambio influye en la actividad económica y en el largo plazo se define como una restricción o regla de Thirlwall..

Abstract

In this article we develop a formalization of two mathematical models: one conventional and one with heterodox characteristics. Conventional theory develops the parsimonic models for the teaching of economic science, in particular, the New Keynesians develop the model of three equations to explain how the Central Bank calculates a monetary rule and with it to stabilize the economy. The purpose of this paper is to determine the equilibrium values of the three equations model and to develop a heterodox mathematical model. For this, the model considers the assumptions as an

* Profesor de la Facultad de Estudios Superiores Acatlán de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), correo electrónico: <kopola9@yahoo.com.mx>. Se agradecen los comentarios del Dr. Jesús Lechuga Montenegro y del Dr. Raúl Marín Álvarez.

open and small economy, which means that the exchange rate influences economic activity and in the long term is defined as a restriction or rule of Thirlwall.

Palabras clave: macroeconomía, modelo matemático, política monetaria y política fiscal.

Keywords: Macroeconomics, mathematical model, monetary policy and tax policy

Clasificación JEL: B22, C00, E3, E6

1. Introducción

El padre histórico de los positivistas fue Leopoldo Von Ranke quien aseveró que la objetividad queda ausente desde la elección del tema de investigación (Corcuera 2005, p.138). Con base en lo anterior expreso ciertos aspectos de aceptación y rechazo en el acercamiento del modelo matemático. En las ciencias naturales existe una pared invisible que separa el objeto y el sujeto de estudio, esa muralla es conocida como objetividad. El biólogo tiene la posibilidad de reunir los reactivos A-B y siempre llegar al reactivo C. No hay posibilidad de la intromisión de las filias y las fobias personales. Sin embargo, en las ciencias sociales, específicamente en Economía, es complicada la dinámica de la investigación por la imposibilidad de experimentos controlados como en las ciencias naturales. Un economista no puede recrear una crisis económica, para compensar la discapacidad de esta ciencia existen las interpretaciones, los prejuicios, las doctrinas, las teorías y los modelos.

Los economistas usan modelos matemáticos porque aportan rigor, favorecen la comprensión de las ideas expuestas y ayudan a establecer recomendaciones de política económica.

En general, se puede establecer dos polos: convencional y heterodoxo. La enseñanza convencional de temas económicos se basa en el entendimiento de los modelos matemáticos. Desde la otra perspectiva, parece que los heterodoxos guardan distancia a la formalización (Lavoie 2012, 325).

El objetivo de este documento es modificar el modelo de tres ecuaciones ortodoxo para introducir elementos heterodoxos, como un esfuerzo para combatir la postura convencional. La teoría económica ortodoxa se beneficia de una cantidad considerable de libros de texto que ofrecen coherencia pedagógica y de una multitud de modelos que brindan la ilusión de un programa verificable. No es así, debe existir un pluralismo y los estudiantes deben de tener la capacidad de elegir.

El texto se estructura de la siguiente manera: en la primera parte se desarrolla matemáticamente el modelo de tres ecuaciones de Carlin y Soskice. En la segunda sección se establece la propuesta matemática heterodoxa, después se realiza un contraste de los dos modelos para determinar algunas consideraciones finales.

2. El modelo de tres ecuaciones

El modelo de tres ecuaciones es una propuesta parsimoniosa y pedagógica, es un instrumento simple y retoma las principales aportaciones de las teorías antecesoras; también el modelo es intuitivo para comprender el comportamiento del Banco Central y la aplicación de la política monetaria actual.

El modelo se basa en los siguientes supuestos: una economía cerrada, el Banco Central es un ente activo, la política monetaria se basa en reglas de política y el gasto de gobierno es exógeno.

En ese sentido, Carlin y Soskice (2006, p. 82) proponen un modelo que consiste en tres ecuaciones. Para Snowden y Vane (2005, p. 424) la primera ecuación es análoga a la curva IS convencional del modelo IS-LM, una relación negativa entre la tasa de interés real (i) y producto (y). Aunque los autores neokeynesianos utilizan las tres ecuaciones del modelo en términos de brechas, asumiendo que el componente A es exógeno y captura el gasto de gobierno y el nivel de exportaciones:

$$y = A - ai$$

$$1) (y-y^*)=A-a(i-i^*)$$

La segunda ecuación es la regla monetaria y se deriva del trade-off del Banco Central entre el producto y el aumento de precios (π). Matemáticamente es una relación inversa entre la brecha producto y del diferencial de los precios:

$$y=B-b\pi$$

$$2) (y-y^*)=B-b(\pi-\pi^*)$$

La tercera ecuación es una relación positiva entre la inflación y la brecha producto o mejor conocida como la curva de Phillips.

$$\pi=\pi+c_y$$

$$3) \pi=\pi+c(y-y^*)$$

Para efectos de resolver el sistema de ecuaciones, las cantidades de equilibrio se calculan a partir de su representación matricial de la forma $AX=d$.

$$\begin{aligned}(y-y^*)+a(i-i^*)+0 &= A \\ (y-y^*)+0+b(\pi-\pi^*) &= B \\ -c(y-y^*)+0+(\pi-\pi^*) &= 0\end{aligned}$$

Para ello, se asume que $\pi_{t-1}=\pi^*$. De tal forma, se tiene

$$\begin{bmatrix} 1 & a & 0 \\ 1 & 0 & b \\ -c & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (y-y^*) \\ (i-i^*) \\ (\pi-\pi^*) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ B \\ 0 \end{bmatrix}$$

50

El primer paso fue calcular el determinante de la matriz A y dado que el resultado fue diferente de cero, entonces se puede calcular la inversa y las soluciones de equilibrio:

$$\begin{aligned}|A| &= 1 \begin{vmatrix} 0 & b \\ 0 & 1 \end{vmatrix} - a \begin{vmatrix} 1 & b \\ -c & 1 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -c & 0 \end{vmatrix} \\ |A| &= -a(1+bc)\end{aligned}$$

Resolviendo el sistema con la regla de Cramer, se tiene:

$$\begin{aligned}(y-y^*) &= \frac{\begin{vmatrix} A & a & 0 \\ B & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{-a(1+bc)} = \frac{B}{1+bc} \\ (i-i^*) &= \frac{\begin{vmatrix} 1 & A & 0 \\ 1 & B & b \\ -c & 0 & 1 \end{vmatrix}}{-a(1+bc)} = \frac{B-A(1+bc)}{-a(1+bc)} \\ (\pi-\pi^*) &= \frac{\begin{vmatrix} 1 & a & A \\ 1 & 0 & B \\ -c & 0 & 0 \end{vmatrix}}{-a(1+bc)} = \frac{cB}{1+bc}\end{aligned}$$

Para hallar la solución del modelo se igualaron las ecuaciones uno y dos. Se define esta nueva igualdad como la ecuación cinco:

$$\begin{aligned}
 (y - y^*) &= (y - y^*) \\
 A - a(i - i^*) &= B - b(\pi - \pi^*) \\
 \text{Si } A &= B \\
 -a(i - i^*) &= -b(\pi - \pi^*) \\
 4) (i - i^*) &= \frac{b}{a}(\pi - \pi^*)
 \end{aligned}$$

Al sustituir 3 en 4 para hallar la regla de Taylor.

$$\begin{aligned}
 (i - i^*) &= \frac{b}{a}((\pi + c(y - y^*)) - \pi^*) \\
 (i - i^*) &= \frac{b}{a}(\pi - \pi^*) + \frac{bc}{a}(y - y^*) \\
 \text{Si } \left(\frac{b}{a}\right) &= 0.5 \text{ y } \left(\frac{bc}{a}\right) = 0.5
 \end{aligned}$$

De acuerdo a Romer (2002, p. 487), los valores 0.5 se asumen *a priori*, esto es así porque ofrecen una buena descripción de la política monetaria en los Estados Unidos.

$$5) (i - i^*) = 0.5(\pi - \pi^*) + 0.5(y - y^*)$$

Carlin y Soskice (Fontana y Setterfield 2009, p. 30) explican que construir la regla monetaria es entender el camino por lo cual la economía llega al equilibrio como respuesta a los shocks en la economía. La regla de Taylor determina la tasa de interés que fija el Banco Central con el propósito de conseguir una tasa de inflación que permita un producto potencial.

Finalmente, cabe señalar que los neokeynesianos han desarrollado modelos que incorporan el tipo de cambio como variable (Hernández 2007 y Ball 2000), pero Carlin y Soskice no han desarrollado una propuesta en este sentido.

3. Una propuesta matemática heterodoxa

De acuerdo a Lavoie (2011, p. 191), una estrategia para enseñar economía alternativa es introducir elementos heterodoxos a modelos y manuales ortodoxos. Entonces, bajo esta lógica el modelo de esta sección es una modificación de la propuesta de Carlin y Soskice. Para ello, el modelo considera los supuestos tales como: una economía abierta y pequeña, el Banco Central financia los gastos del gobierno y el gasto de gobierno es endógeno.

La ecuación 1 es la curva IS o la demanda agregada (DA) y es una relación directa entre el tipo de cambio y la brecha producto.

$$1) (y-y^*)=A+ae$$

La ecuación 2 es la regla fiscal, siendo el gasto de gobierno uno de los determinantes del nivel de producto.

$$2) (y-y^*)=B+b(G-G^*)$$

La ecuación tres es la regla monetaria, el Banco Central toma la brecha producto para definir el nivel de gasto de gobierno. La autoridad central tiene como objetivo financiar al gobierno, pero con un límite pues a medida que la brecha entre el producto real y el potencial se acorta, el gasto de gobierno debe de disminuir.

$$3) (G-G^*)=C-c(y-y^*)$$

Las cantidades de equilibrio se calculan a partir de su representación matricial de la forma $AX=d$:

$$\begin{aligned} (y-y^*)+0-a e &= A \\ (y-y^*)-b(G-G^*)+0 &= B \\ c(y-y^*)+(G-G^*)+0 &= C \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -a & 0 \\ 1 & 0 & -b \\ c & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (y-y^*) \\ e \\ (G-G^*) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix}$$

Para resolver el sistema, el primer paso es calcular el determinante de la matriz A, su resultado es diferente de cero, entonces se puede calcular la inversa y las soluciones de equilibrio:

$$|A|=1 \begin{vmatrix} 0 & b \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + a \begin{vmatrix} 1 & -b \\ c & 1 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ c & 0 \end{vmatrix}$$

$$|A|=a(1+bc)$$

Resolviendo el sistema con la regla de Cramer, se tiene:

$$(y - y^*) = \frac{\begin{bmatrix} A & -a & 0 \\ B & 0 & -b \\ C & 0 & 1 \end{bmatrix}}{a(1 - bc)} = \frac{B + bC}{1 + bc}$$

$$e = \frac{\begin{bmatrix} 1 & A & 0 \\ 1 & B & -b \\ c & C & 1 \end{bmatrix}}{a(1 - bc)} = \frac{B + bC - a(1 + bc)}{a(1 + bc)}$$

$$(G - G^*) = \frac{\begin{bmatrix} 1 & -a & A \\ 1 & 0 & B \\ c & 0 & C \end{bmatrix}}{a(1 - bc)} = \frac{C + cB}{1 + bc}$$

La solución de largo plazo del modelo se obtiene igualando la ecuación 1 a la 2. De este proceso, resulta la ecuación cinco:

$$(y - y^*) = (y - y^*)$$

$$A + ae = B + b(G - G^*)$$

$$A = B$$

$$5) ae = b(G - G^*)$$

Después se sustituye la ecuación 3 en 5 para hallar lo que se ha denominado la regla de Thirlwall:

$$ae = b(C - c(y - y^*))$$

$$ae = bC - bc(y - y^*)$$

$$ae - bC = -bc(y - y^*)$$

$$\frac{ae - bC}{-bc} = (y - y^*)$$

$$6) (y - y^*) = 1 - \left(\frac{a}{bc}\right)e$$

La regla de Thirlwall explica que a largo plazo el crecimiento económico está determinado/ frenado por el exterior (tipo de cambio). Para Vernengo (2015, p. 77), en buena parte de los países periféricos la restricción externa es efectiva. Por otro lado, Perrotini (2002, p. 132) retoma a López y Cruz; el tipo de cambio influye en el ritmo y la estabilidad del crecimiento económico.

4. Los dos modelos: un contraste

En primer lugar, se analizó el modelo neokeynesiano por ser la teoría que propone la actual política económica en la mayoría de los países. Sin embargo, la teoría neokeynesiana es la hija bastarda por falsear el mensaje de Keynes y aún cuando en apariencia las dos teorías se asemejan (Lavoie, 2015, p. 135), en realidad el nexo es débil (Caraballo, et al, 2000, p. 21) y los neokeynesianos son el ala ortodoxa de la teoría keynesiana.

La novedad de los neokeynesianos es el establecimiento de un nuevo consenso macroeconómico, en tanto que es una variante del monetarismo (Lavoie, 2006, p. 177), teniendo como objetivo de política económica el control de precios. Su origen puede rastrearse en las ideas de Wicksell (Lavoie y Seccareccia, 2006, p. 47), con la modificación del modelo IS-LM y la regla de tasa de interés por parte de Romer (2000, p. 154) y, más recientemente, Carlin y Soskice (2006, p. 82) con el modelo de tres ecuaciones y la aversión del Banco Central a la inflación.

En segundo lugar, el modelo propuesto tiene un acercamiento heterodoxo por el papel activo del gasto de gobierno en la economía, pero no es postkeynesniano. Los postkeynesianos son un grupo heterogéneo de economistas que proponen una interpretación diferente del planteamiento de la síntesis neoclásica (Lavoie, 2004, p. 11).

En tercer lugar, el enfoque convencional asume un gasto de gobierno exógeno y le da una mayor peso a la tasa de interés. Pero el modelo de tres ecuaciones tiene límites, una deflación permanente sería sinónimo de restar el único instrumento eficaz del Banco Central (Lavoie y Seccareccia, 2016, p. 14). En contraste, el modelo heterodoxo asume un gasto de gobierno endógeno y un mayor peso al tipo de cambio.

Por último, si comparamos los niveles de ingreso de equilibrio de los dos enfoques, el producto del modelo alternativo es mayor si $bC > 0$.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{B_o}{1+bc} \right) \text{vs} \left(\frac{B_o + bC}{1+bc} \right) \\ (1+bc) \left(\frac{B_o}{1+bc} \right) & < \left(\frac{B_o + bC}{1+bc} \right) (1+bc) \\ (B_o) - B_o & < (B_o + bC) - B_o \\ & 0 < (bC) \end{aligned}$$

5. Conclusiones

En este texto se hizo una revisión matemática de la propuesta neokeynesiana del modelo de tres ecuaciones de Carlin y Soskice, un instrumento que se ha conformado como un modelo simple y pone al alumno en contexto de la discusión de política monetaria con la derivación de la regla de Taylor y su papel de estabilizador en la economía. Este modelo confiere un

rol activo al Banco Central con la tasa de interés con un gasto de gobierno exógeno, pero los heterodoxos han propuesto que una deflación permanente restaría poder al instrumento del Banco Central.

Posteriormente, con base en las ideas de los neokeynesianos se propuso un modelo matemático con elementos heterodoxos, donde se muestra que el gasto de gobierno es endógeno y la solución de largo plazo del modelo implica el tipo de cambio con la derivación de la regla de Thirlwall, porque en economía en vías de desarrollo el tipo de cambio es una variable determinante en el crecimiento económico.

Por último, es necesario desintoxicarnos de la tribu pendenciera de economistas convencionales, hay que apostar a la economía heterodoxa entendida como una teoría en evolución y plural a los enfoques e instrumentos económicos.

6. Bibliografía

- Ball, L. (2000), "Policy rules and external shocks", *National Bureau of Economic Research, Working Paper No. 7910*.
- Caraballo, M. et al (2000). "La relación entre la nueva economía keynesiana y la economía postkeynesiana: una interpretación", *Boletín económico*, vol. NA, núm. 2658
- Carlin, W. y D. Soskice (2006). *Macroeconomics. Imperfections, Institutions & Policies*, Nueva York: Oxford University Press.
- Corcuera de Mancera, Sonia (2005). *Voces y silencios en la Historia. Siglos XIX y XX*, México: Fondo de Cultura Económica.
- Fontana, G. y M. Setterfield (2009). *Macroeconomic theory and macroeconomic pedagogy*, Londres: Palgrave Macmillan.
- Hernández, P. (2007). "Metas de inflación y tipo de cambio: de la teoría a la práctica", *Revista Nicolaita de Estudios Económicos*, vol. 2, núm. 2
- Lavoie, M. (2004). *La economía postkeynesiana. Un antídoto del pensamiento único*, Barcelona: Icaria-antrazyt.
- Lavoie, M. (2006). "A post-keynesian amendment to the new consensus on monetary policy", *Metroeconomica*, vol. 57, núm. 2
- Lavoie, M. (2011). "La enseñanza de economía post-keynesiana en un departamento ortodoxo", *Revista de Economía Crítica*, vol. NA, núm. 12
- Lavoie, M. (2012). "Perspectives for Post-Keynesian Economics", *Review of Political Economy*, vol. 24, núm. 2
- Lavoie, M. (2015). "Book review of Carlin, Wendy y David Soskice (2015): *Macroeconomics: Institutions, Instability, and the Financial System*", *European Journal of Economics and Economic Policy*, vol. 12, núm. 1
- Lavoie, M. y M. Seccareccia (2006). "The Bank of Canada and the Modern View of Central Banking", *International Journal of Political Economy*, vol. 35, núm. 1
- Lavoie, M. y M. Seccareccia (2016). "Understanding the Great Recession: Some Fundamental Keynesian and Post-Keynesian Insights, with an Analysis of Possible Mechanisms to Achieve a Sustained Recovery", *Institute for New Economic Thinking Working Paper Series*, vol. NA, núm. 37
- Perrotini, I. (2002). "La ley de Thirlwall y el crecimiento en la economía global: análisis crítico del debate", *Revista Venezolana de Análisis de Coyuntura*, vol. 8, núm. 2

- Romer, D. (2000). “Keynesian Macroeconomics without the LM Curve”, *Journal of Economic Perspectives*, vol. 14, núm. 2
- Romer, D. (2002). *Macroeconomía avanzada*, Mc Graw Hill: Madrid.
- Snowdon, B. y H. Vane (2005). *Modern Macroeconomics. Its Origins, Development and Current State*, Massachusetts: Edward Elgar.
- Vernengo, M. (2015). “Una lectura crítica de la crítica al modelo de Thirlwall”, *Investigación Económica*, vol. 74, núm. 292