

UN MODELO DE SUAVIZACIÓN DE CONSUMO EN EL SECTOR INFORMAL: INCERTIDUMBRE SALARIAL Y CAJAS DE AHORRO

(Recibido: 15 septiembre 2011- Aceptado: 05 enero 2012)

5

Oscar Fernández García*
Francisco Venegas-Martínez**
Francisco Almagro Vázquez***

Resumen

En la presente investigación se desarrolla un modelo de toma de decisiones de un individuo que pertenece al sector informal. Se supone que el individuo tiene un ingreso incierto y hace depósitos en una caja de ahorro popular con el fin de suavizar su trayectoria de consumo. Para ello se considera una economía (la economía informal) poblada por agentes racionales, maximizadores de utilidad, en donde el salario es conducido por el movimiento geométrico browniano. La regla óptima de consumo que el agente debe aplicar para enfrentar la aleatoriedad de sus recursos se determina endógenamente.

Palabras clave: Sector informal, consumidor racional, riesgo e incertidumbre, empleo y salarios, ahorro, suavización del consumo.

Clasificación JEL: O17, D11, D81, E24, D91

Abstract

This paper develops a model of decision making of an individual belonging to the informal sector. The individual's income is supposed to be uncertain and he makes deposits in a popular savings

* INEGI, <OSCAR.FERNANDEZ@inegi.org.mx>.

** ESE-IPN, <fvenegas1111@yahoo.com.mx>.

*** ESE-IPN, <falmag@hotmail.com>.

institution in order to smooth his consumption path. It is considered an economy (the informal economy) populated by rational agents that maximize utility where the wage rate is driven by geometric Brownian motion. The optimal consumption rule that the agent should follow to deal with the randomness of its resources is endogenously determined.

JEL Classification: O17, D11, D81, E24, D91

Keywords: Informal sector, rational consumer, risk and uncertainty, employment and wages, savings, consumption smoothing.

1. Introducción

6

En América Latina, y particularmente en México, el bajo grado de escolaridad de la mayoría de la población, aunado a la escasez de vacantes, reduce la probabilidad de encontrar un empleo, pues hay muy pocas empresas formales que no son suficientes para dar ocupación a toda la población económicamente activa. En México, en 2010, de un total de 44.2 millones de ocupados, 28.1 millones trabajan en el sector formal y ganan en promedio alrededor de tres salarios mínimos. Mientras que 16.1 millones de trabajadores se autoemplean con un ingreso medio de aproximadamente 1.5 salarios mínimos, y no cuentan además con seguro social ni acceso a los sistemas de ahorro para el retiro.

Los individuos que pertenecen a la población económicamente activa y que buscan trabajo en empresas, al no encontrarlo crean su propio empleo como una estrategia de subsistencia con un ingreso incierto. De esta manera se genera el sector informal; así denominado por la ONU. Otra parte de los individuos que no encuentran trabajo en el sector formal se autoemplean en la agricultura de subsistencia o en el sector rural; sector atrasado y empobrecido en la mayoría de los países de bajo desarrollo. En conclusión, en la gran mayoría de economías subdesarrolladas existe un enorme sector informal o de autoempleo donde el salario es incierto, además de que el sector informal no tiene acceso a servicios médicos ni fondos de retiro o pensiones.

Los asalariados que trabajan en empresas formales tienen ingresos estables a lo largo del tiempo y saben cuánto ganarán cada semana o cada quincena, incluso pueden prever con anticipación sus ingresos y por lo tanto la trayectoria futura de su consumo. No obstante, los trabajadores en el sector informal y los campesinos no tienen certeza en sus ingresos. En el sector informal los ingresos son muy volátiles y tienen un comportamiento aleatorio (en el mejor de los casos comportamiento estacional), esta situación debe tomarse en cuenta en el modelado de la restricción presupuestal de un individuo perteneciente a dicho sector.

Existen en la literatura varios modelos de ingreso incierto, véanse por ejemplo: Alm (1998), Barro y Friedman (1977), Capozza (1990), Hall (1977), Spence y Zeckhauser (1971), Verdeen (1973), Zeldes (1989) y Venegas-Martínez (2006), entre muchos otros. Una limitación de estos modelos de toma de decisiones de agentes racionales en una economía es que

consideran al conjunto de trabajadores como una masa homogénea con ingresos constantes en periodos más o menos largos de tiempo e incluso las variaciones o aumentos salariales son previsibles, por lo tanto los trabajadores pueden planear y presupuestar el consumo que les permite optimizar su utilidad o satisfacción para periodos más o menos largos de tiempo. Asimismo, los modelos tradicionales suponen que los agentes que participan en los mercados financieros cuentan con un cierto nivel de educación que les permite realizar transacciones de compra o venta de activos. Sin embargo, un porcentaje muy bajo de la población cuenta con una cultura bursátil para ello. Es imposible pensar en un individuo del sector informal o rural que participe en inversiones de fondos de renta fija o variable, cuando mucho participaría en una caja de ahorro popular que recibe depósitos de muy baja denominación. El problema es que en muchos países el conjunto de trabajadores está dividido en los que trabajan en el sector informal y que carecen de cultura bursátil, y por otro lado los que trabajan en las empresas e instituciones formales y cuentan con cierta cultura bursátil.

Los individuos que pertenecen al sector informal o rural, pero sobre todo aquellos que se dedican a la agricultura de subsistencia no tienen una cultura bursátil que les permita participar en los mercados financieros y realizar transacciones de compra o venta de activos financieros (bonos corporativos y gubernamentales o acciones de empresas emisoras que cotizan en bolsas de títulos de capital). No obstante, cada vez es más frecuente encontrar individuos del sector informal o rural participando en cajas de ahorro popular en donde los trámites para abrir una cuenta (o solicitar un crédito) son más simples que en los bancos. Además, las instalaciones son también más sencillas, lo que hace que los individuos se sientan menos intimidados que en las instituciones bancarias. Al respecto, la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV), en términos de la Ley de Ahorro y Crédito Popular (LACP) regula las actividades de las Sociedades Cooperativas de Ahorro y Préstamo (SCAPs) y tiene facultades de supervisión sobre las llamadas cajas de ahorro popular. Es importante señalar que existen SCAPs que no cuentan con autorización ni son supervisadas por la CNBV; sin embargo, el marco legal vigente establece un periodo transitorio para que se apeguen a lo que señala la normatividad, la cual les permitirá seguir operando hasta el 31 de diciembre de 2012, siempre y cuando cumplan con los requisitos que se establecen en el marco regulatorio vigente.

En este trabajo se desarrolla un modelo que explica la toma de decisiones de un individuo perteneciente al sector informal. Se supone que el individuo tiene un ingreso incierto y participa en una caja de ahorro popular con el fin de suavizar su trayectoria de consumo (véase también Morduch, 1995). Para ello se supone una economía (la economía informal) que produce y consume un bien genérico y está poblada con agentes racionales, maximizadores de utilidad, en donde el salario es conducido por el movimiento geométrico browniano (o proceso de Wiener). Bajo la selección de una forma funcional apropiada de la función de utilidad, se obtiene la regla óptima de consumo que el agente debe aplicar para enfrentar la aleatoriedad de su recursos.

Este trabajo tiene la siguiente organización. En la próxima sección se establecen las características de la economía en cuestión. A través de la sección 3 se introduce el proceso estocástico que conduce al salario y se plantea la restricción presupuestal de un consumidor racional con ingreso incierto. En la sección 4 se presenta el problema de maximización de utilidad que tiene que resolver dicho individuo. Por último, en el transcurso de la sección 5 se establecen las condiciones necesarias de un máximo.

2. Características de la economía

Se supone una economía real que produce y consume un bien homogéneo de carácter perecedero. Asimismo, se supone que los individuos (o familias) son idénticos en gustos pero distintos en cuanto a la dinámica estocástica de su salario. Considere un individuo con un ingreso (en términos de bienes) incierto W_t , al tiempo t , conducido por una ecuación diferencial de la forma:

$$\frac{dW_t}{W_t} = \mu dt + \sigma dZ_t, \quad (1)$$

Diferentes individuos tienen diferentes parámetros μ y σ . El proceso estocástico dZ_t sigue una distribución normal con media cero y varianza dt , es decir,

$$E[dZ_t] = 0$$

y

$$\text{Var}[dZ_t] = dt$$

De esta forma, la tasa instantánea a la que aumenta (o disminuye) el salario por unidad de tiempo, tiene media μ y fluctuaciones normales con media cero y varianza σ^2 . Sin pérdida de generalidad, el salario inicial se normaliza, es decir, $W_0 = 1$.

Asimismo, suponga que el individuo tiene acceso a una caja de ahorro popular que recibe depósitos de muy baja denominación y paga una tasa de interés anualizada constante r , de tal forma que los intereses que recibe, por un depósito Dt , están determinados por:

$$dD_t = D_t r dt \quad (2)$$

Es importante mencionar que las cajas de ahorro popular (no reguladas) a que tiene acceso el agente lo exponen al riesgo de incumplimiento (riesgo crédito).

Sea $a_t = W_t + D_t$ la riqueza real del individuo. Observe que el salario, W_t , es un componente de la riqueza a_t . Sea $\theta_t = W_t/a_t$, la proporción de la riqueza que el individuo obtiene por

ingresos inciertos, y sea $1-\theta_t = D_t/a_t$, la fracción de la riqueza que el individuo obtiene por depósitos en la caja de ahorro popular. Estas proporciones se suponen aleatorias. En particular se supone que θ_t tiene una distribución con media, m_θ , y segundo momento, S_θ , finitos. Se supone que las variables aleatorias θ_t y Z_t son no correlacionadas, es decir,

$$\text{Cov}(\theta_t, Z_t) = 0$$

Observe que:

$$E[\theta_t] = m_\theta < \infty \quad \text{y} \quad 0 < E[\theta_t^2] = s_\theta < \infty$$

3. Restricción presupuestal

Una vez que se ha establecido la dinámica estocástica que guiará al salario, la riqueza real, a_t , del individuo, al tiempo t , está dada por,

$$a_t = W_t + D_t \tag{3}$$

El propósito que sigue el individuo al participar en una caja de ahorro es la suavización de su consumo. En este contexto, la frase “suavizar” el consumo significa que si al individuo le faltan recursos para consumir, saca de la caja y si le sobran los mete. Observe que el cambio marginal en la riqueza se debe a los cambios marginales en los intereses y el salario, es decir,

$$da_t = dD_t + dW_t - C_t dt = a_t \left(\frac{D_t}{a_t} \right) \frac{dD_t}{D_t} + a_t \left(\frac{W_t}{a_t} \right) \frac{dW_t}{W_t} - C_t dt$$

El nivel de la riqueza inicial $a_0 > 0$ se supone conocido. A partir de las ecuaciones (1)-(3), se sigue que

$$da_t = a_t \theta_t (\mu dt + \sigma dZ_t) + a_t (1 - \theta_t) r dt - C_t dt \tag{4}$$

la cual representa la restricción consolidada del individuo.

4. Problema de decisión

Si se supone que el agente es racional, es decir, éste desea maximizar su utilidad sujeto a su restricción presupuestal, establecida en (4), tomando como dada la dinámica estocástica de el salario, entonces tiene que resolver el siguiente problema de control óptimo estocástico en tiempo continuo (o programación dinámica estocástica en tiempo continuo):

Maximizar

$$E \left[\int_0^{\infty} u(C_t) e^{-\delta t} dt \mid F_0 \right]$$

sujeto a

$$da_t = a_t \theta_t (\mu dt + \sigma dZ_t) + a_t (1 - \theta_t) r dt - C_t dt$$

donde C_t es consumo y $u(C_t)$ es la satisfacción por el mismo, δ es la tasa subjetiva de descuento (entre mayor sea δ , más ansioso estará el consumidor por el consumo presente) y F_0 es la información (relevante al tiempo $t = 0$). A continuación se supone que la función de utilidad tiene la siguiente forma funcional

$$u(C_t) = \frac{C_t^\gamma}{\gamma}, \gamma \neq 0$$

10

donde γ es un parámetro de preferencias (también llamado grado de aversión al riesgo). Observe que, en este caso, la utilidad marginal está dada por

$$u'(C_t) = C_t^{\gamma-1} > 0$$

Para que la utilidad marginal sea decreciente se requiere además que

$$u''(C_t) = (\gamma - 1)C_t^{\gamma-2} < 0$$

Por lo tanto, $\gamma < 1$. Sin pérdida de generalidad, en lo que sigue se supondrá que $0 < \gamma < 1$.

5. Condiciones de primer orden

Las condiciones de primer orden serán establecidas en el marco del control óptimo estocástico en tiempo continuo, también conocido como programación dinámica estocástica en tiempo continuo. Primero se define la función de utilidad indirecta (bienestar económico) o función de valor mediante, véanse por ejemplo, Venegas-Martínez (2006) y Bjork (2004):

$$J(a_t, t) = \max_{C_t} E \left[\int_0^t \frac{C_s^\gamma}{\gamma} e^{-\delta s} ds \mid F_t \right]$$

con lo cual se sigue que

$$\begin{aligned} J(a_t, t) &= \max_{C_t} E \left[\int_t^{t+dt} \frac{C_s^\gamma}{\gamma} e^{-\delta s} ds + \int_{t+dt}^T \frac{C_s^\gamma}{\gamma} e^{-\delta s} ds \mid F_t \right] \\ &= \max_{C_t} E \left[\int_t^{t+dt} \frac{C_s^\gamma}{\gamma} e^{-\delta s} ds + J(a_t + da_t, t + dt) \mid F_t \right] \end{aligned}$$

$$= \max_{C_t} E \left[\int_t^{t+dt} \frac{C_t^\gamma}{\gamma} e^{-\delta s} dt + J(a_t, t) + dJ(a_t, t) F_t \right]$$

en donde se ha utilizado la recursividad de J y una aproximación de primer orden del teorema de Taylor. Con base en el lema de Itô (ver Apéndice), aplicado a $J = J(a_t, t)$, y en virtud del teorema del valor medio del cálculo integral, se tiene que

$$0 = \max_{c_t} E \left[\frac{C_t^\gamma}{\gamma} e^{-\delta t} dt + o(dt) + \left[J_t + J_a a_t \left(r + (\mu - r)\theta_t - \frac{C_t}{a_t} \right) + \frac{1}{2} J_{aa} a_t^2 \theta_t^2 \sigma^2 \right] dt + \left| J_a a_t \theta_t \sigma dW_t \right| F_t \right]$$

Si se toman esperanzas dentro del paréntesis y, posteriormente, se divide entre dt y se toma el límite cuando $dt \rightarrow 0$, se sigue que

$$0 = \max \left\{ \frac{C_t^\gamma}{\gamma} e^{-\delta t} + J_t + J_a a_t \left(r + m_\theta (\mu - r) - \frac{C_t}{a_t} \right) + \frac{1}{2} s_\theta J_{aa} a_t^2 \sigma^2 \right\} \quad (5)$$

Observe que en la expresión anterior $o(dt)/dt \rightarrow 0$ cuando $dt \rightarrow 0$. En lugar de resolver la ecuación diferencial parcial anterior, que no es la intención del presente trabajo, se propone como candidato de solución:

$$J(a_t, t) = V(a_t) e^{-\delta t} \quad (6)$$

entonces

$$J_a = V'(a_t) e^{-\delta t}, \quad J_{aa} = V''(a_t) e^{-\delta t}, \quad \text{y } J_t = -\rho V(a_t) e^{-\delta t}.$$

Ahora bien, si se sustituyen estas derivadas en (5), se obtiene

$$0 = \frac{C_t^\gamma}{\gamma} - \delta V(a_t) + V'(a_t) a_t \left(r + m_\theta (\mu - r) - \frac{C_t}{a_t} \right) + \frac{1}{2} s_\theta V''(a_t) a_t^2 \sigma^2 \quad (7)$$

Suponga ahora

$$V(a_t) = \beta \frac{a_t^\gamma}{\gamma}$$

entonces

$$V'(a_t) = \beta a_t^{\gamma-1} \text{ y } V''(a_t) = \beta (\gamma - 1) a_t^{\gamma-2}.$$

De esta manera, la ecuación (5) se transforma en

$$0 = \frac{C_t^\gamma}{\gamma} - \delta \beta \frac{a_t^\gamma}{\gamma} + \beta a_t^\gamma \left(r + m_\theta (\mu - r) - \frac{C_t}{a_t} \right) + \frac{1}{2} s_\theta \beta (\gamma - 1) a_t^\gamma \sigma^2 \quad (8)$$

Al derivar la expresión anterior con respecto de C_t se obtiene:

$$C_t^{\gamma-1} - \beta a_t^{\gamma-1} = 0,$$

12 6

$$C_t = \beta^{\frac{1}{\gamma-1}} a_t \quad (9)$$

Esta ecuación indica que el consumo es una función lineal de la riqueza. Es decir, la utilidad marginal del consumo (normalizada por la riqueza) es constante. De esta manera, la regla óptima de consumo es que el individuo debe consumir siempre la misma proporción de su riqueza, sin importar el nivel que esta última tenga. La constante de proporcionalidad se obtiene al sustituir (9) en (8) y satisface

$$\phi \equiv \beta^{\frac{1}{\gamma-1}} = \frac{\gamma}{1-\gamma} \left(\frac{\delta}{\gamma} - r - m_\theta (\mu - r) + \frac{1}{2} s_\theta (1-\gamma) \sigma^2 \right)$$

Esto significa que si el consumidor tiene, en cualquier tiempo t , una riqueza a_t , entonces el individuo consume una proporción constante ϕ de dicha riqueza. Observe que esta proporción depende directamente de la tasa subjetiva de descuento y de la volatilidad del salario. En un mundo neutral al riesgo donde $r = \mu$, la constante de proporcionalidad depende positivamente del segundo momento, s_θ , de la distribución de composición de la riqueza. Por último, note también que

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{\gamma}{1-\gamma} (-1 + m_\theta)$$

De esta manera, un aumento en la tasa de interés, llevará a una mayor proporción de la riqueza que se consume siempre y cuando $m_\theta > 1$. Mientras que si $m_\theta < 1$, un aumento en la tasa de interés, conducirá a una menor proporción de la riqueza que se consume.

Cuando el nivel de volatilidad se mantiene constante, el resultado expresado en (9) es similar al encontrado por Modigliani (1971) en el siguiente sentido: un agente adverso al riesgo (con

utilidad logarítmica) para hacerle frente a la incertidumbre futura deberá seguir la estrategia de mantener su consumo proporcional a su riqueza. No obstante, es importante mencionar algunas diferencias significativas con respecto de Modigliani (1971). En esta investigación, la riqueza es una variable aleatoria y, en consecuencia, el consumo también es una variable aleatoria. Es decir, no se pueden determinar los niveles de riqueza y consumo en un instante dado, sólo se pueden determinar las probabilidades de que la riqueza y el consumo estén en ciertos rangos. En consecuencia, este trabajo trata con una constante de proporcionalidad entre cantidades aleatorias (consumo y riqueza). Dicha constante se determina a través de un parámetro subjetivo de preferencia entre consumo presente y futuro, δ , y el grado relativo de aversión al riesgo del agente, γ . Por último, es importante destacar que la ecuación (9) puede dejar de ser válida bajo el supuesto de volatilidad estocástica, es decir, el consumo no siempre es proporcional al nivel de la riqueza tal y como lo sugieren Lettau and Ludvigson (2004).

Por último, observe que en el marco determinista en donde la trayectoria del salario es conocida, el individuo puede predecir, con toda seguridad, cuál será su trayectoria óptima de consumo. En el caso de salario estocástico, infortunadamente, la trayectoria de consumo ya no puede ser determinada porque el consumo se convierte en variable aleatoria, situación que está más acorde con la realidad. En conclusión, la consideración del riesgo conlleva a cambios cualitativos y cuantitativos importantes en las decisiones de consumo.

3. Conclusiones

Se ha desarrollado un modelo de toma de decisiones de un individuo que pertenece al sector informal. Este individuo tiene un ingreso incierto y hace depósitos en una caja de ahorro popular con el fin de suavizar su trayectoria de consumo. A través de un modelo de toma de decisiones de un agente racional se ha determinado endógenamente la regla óptima de consumo que se debe aplicar para enfrentar la aleatoriedad del ingreso. Es importante resaltar que la volatilidad del salario real es constante y esta limitación puede ser enmendada con modelos de volatilidad estocástica.

El modelo propuesto describe una realidad económica de muchos países en vías de desarrollo en América Latina, Asia y África. Para que estas economías alcancen los beneficios del desarrollo económico es necesaria la inserción del sector informal en las empresas reconocidas por las autoridades fiscales y laborales para que se reduzcan las diferencias entre unas y otras, permitiendo el mejoramiento del nivel de vida de los trabajadores informales y los campesinos. El mecanismo para generar suficientes empresas formales y fuentes de empleo consiste en la creación de programas de incentivos fiscales y un fondo social de inversión que financie y apoye a los trabajadores del sector informal y de la agricultura de subsistencia para que se transformen en trabajos formales que brinden a sus trabajadores mayores ingresos, estables y que además brinden acceso a la seguridad social y a los fondos de pensiones.

Apéndice. El lema de Itô

Considere una función arbitraria $y = f(W_t, t)$, la cual es dos veces diferenciable y donde W_t sigue una ecuación diferencial estocástica de la forma $dW_t = \mu W_t dt + \sigma W_t dZ_t$, i.e., movimiento geométrico browniano, entonces la diferencial estocástica de y (el cambio marginal en y), dy , se obtiene mediante la expresión:

$$dy = \left(\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial W_t} \mu W_t + \frac{1}{2} \sigma^2 W_t^2 \frac{\partial^2 y}{\partial W_t^2} \right) dt + \frac{\partial y}{\partial W_t} \sigma W_t dZ_t$$

Observe que el factor de riesgo, dZ_t , de W_t es heredado a $y = (W_t, t)$. La demostración se sigue de la aplicación del teorema de Taylor a $y = (W_t, t)$ y la aplicación posterior de las reglas del cálculo estocástico $(dZ_t)^2 = dt$ y $(dt)^2 = 0$. Los detalles de la demostración aparecen, por ejemplo, en Venegas-Martínez (2006).

14

Bibliografía

- Alm, J. (1998). Uncertain Tax Policies, Individual Behavior, and Welfare. *American Economic Review*, Vol. 78, No. 1, pp. 237-245.
- Barro, R. J. and J. W. Friedman (1977). On Uncertain Lifetimes. *Journal of Political Economy*, Vol. 85, No. 4, pp. 843-849.
- Bjork, T. (2004). *Arbitrage Theory in Continuous Time*. Second Edition, Oxford University Press.
- Capozza, D. R. (1990). The Stochastic City. *Journal of Urban Economics*, Vol. 28, pp. 187-203.
- Hall, R. E. (1977). Stochastic Implications of the Life Cycle-Permanent Hypothesis: Theory and Evidence. *Journal of Political Economy*, Vol. 86, No. 6, pp. 971-987.
- Lettau, M., and S. C. Ludvigson (2004). Understanding Trend and Cycle in Asset Values: Reevaluating the Wealth Effect on Consumption. *American Economic Review*. Vol. 94, No. 1, pp. 276-299.
- Modigliani, F. (1971). Monetary Policy and Consumption. in *Consumer Spending and Monetary Policy: the Linkages*, Federal Reserve Bank of Boston, Conference Series No. 5, pp. 9-84.
- Morduch, J. (1995). Income Smoothing and Consumption Smoothing. *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 9, No. 3, pp. 103-104.
- Rubinstein, M. (2010). The Valuation of Uncertain Income Streams and the Pricing of Options. *Handbook of Quantitative Finance and Risk Management*. Springer, Berlin.
- Spence, M. and Zeckhauser (1971). Insurance, Information, and Individual Action. *American Economic Review*, Vol. 61, No. 2, pp. 380-387.
- Venegas-Martínez, F. (2006). Riesgos financieros y económicos, productos derivados y decisiones económicas bajo incertidumbre, Thomson, México.
- Venegas-Martínez, F. (2006). Stochastic Temporary Stabilization: Undiversifiable Devaluation and Income Risks. *Economic Modelling*, Vol. 23, No. 1, pp. 157-173.
- Verdeen D. T. (1973). An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities. *Journal of Financial Economics*, Vol. 7, No. 3, pp. 265-296.
- Zeldes S. P. (1989). Optimal Consumption with Stochastic Income: Deviations from Certainty Equivalence. *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 104, No. 2, pp. 275-298.