Tiempo Económico
Núm. 13, vol. IV
Tercer cuatrimestre de 2009

Dependencia de largo plazo en rendimientos y volatilidades de acciones mexicanas

Francisco López Herrera*
José Israel Villagómez Bahena**
Francisco Venegas-Martínez***

Resumen

Este artículo se enfoca en el análisis de los rendimientos y volatilidades de una muestra de acciones mexicanas y el indicador del mercado accionario mexicano (IPC) con el fin de detectar efectos de dependencia de largo plazo (conocida también como memoria larga). Para examinar el comportamiento de los rendimientos y las volatilidades de los activos se llevó a cabo tanto la prueba *R/S* para estimar el exponente de Hurst como la prueba de Lo (*R/S* modificada). En el análisis empírico se utilizan precios diarios de cierre en un periodo de cinco años. Al analizar las volatilidades de todos los activos de la muestra con modelos ARFIMA, se encontraron efectos de dependencia de largo plazo altamente significativos.

Palabras Clave: Dependencia de largo plazo, memoria larga, rendimientos accionarios, volatilidad de rango, modelos ARFIMA.
Clasificación *JEL*: G10, G12, G14

Abstract

This article focuses on the analysis of returns and volatilities of a sample of Mexican stocks and the Mexican stock market index (CPI) to detect effects of long-term dependence (also known as long

* División de Investigación, Facultad de Contaduría y Administración, UNAM. E-mail: francisco_lopez_herrera@yahoo.com.mx
** Departamento de Administración, Unidad Azcapotzalco, UAM. E-mail: beluga1981@hotmail.com
*** Escuela Superior de Economía, IPN. E-mail: fvenegas1111@yahoo.com.mx

memory). The behavior of returns and volatilities of the assets are examined through the *R/S* test to estimate the Hurst exponent as well as Lo's test (the modified *R/S* test). In the empirical analysis are used daily closing prices over a period of five years. In analyzing the volatilities of all assets of the sample with ARFIMA models, effects of long-term dependency of significance are found.

JEL Classification: G10, G12, G14
Keywords: Long rung dependence, long memory, stock returns, rank volatility, ARFIMA models.

Introducción

En la literatura especializada se ha encontrado evidencia de que en los precios de diversos activos financieros existen mecanismos de retroalimentación dependientes del tiempo, dando lugar a observaciones muy distantes en el tiempo pero altamente correlacionadas. Para diferenciar estos procesos estocásticos con dependencia de largo plazo de los que son estacionarios y en los que no se observa tal dependencia se les ha dado denominado procesos de memoria larga. La existencia de la dependencia de largo plazo o memoria larga en los procesos de formación de los precios y los rendimientos de los activos bursátiles y, en general, de otros activos financieros no es un asunto de menor importancia ya que los fundamentos importantes de la teoría financiera se han construido con base en la aceptación explícita de que los procesos no tienen memoria larga, por ejemplo: la hipótesis de mercados eficientes y las teoría de valuación de activos financieros como el CAPM y el APT, así como la teoría de valuación de opciones, sustentada en el movimiento browniano, y cuyos principios se han extendido a la valuación de otros instrumentos derivados.

Los procesos de las series de tiempo con dependencia o memoria de largo plazo se caracterizan por autocovarianzas (autocorrelaciones) que decaen lentamente conforme la distancia entre las observaciones tiende hacia infinito. Hurst (1951) propuso el análisis de rango reescalado o R/S como una medida de la memoria presente en una serie temporal. El exponente de Hurst, denotado mediante H, describe la probabilidad de ocurrencia de dos eventos consecutivos. Por ejemplo, si H=0.6 existe una probabilidad de 60% de que si el último movimiento fue positivo, el siguiente los sea. Las series de tiempo se clasifican en tres tipos de acuerdo al valor de H: a) $H = 0.5$, la serie es aleatoria y las observaciones no están correlacionadas; b) $0 < H < 0.5$, la serie es antipersistente o ergódica, y se dice comúnmente que presenta reversión de la media, la característica de este tipo de series es que si el sistema ha estado arriba en el periodo anterior, es más probable que este abajo en el siguiente y viceversa; y, por último, c) $0.5 < H < 1$, la serie es persistente y refuerza su tendencia, Hurst caracterizó a este tipo de series persistentes como movimientos brownianos fraccionarios o recorridos aleatorios sesgados.

Mandelbrot (1971) fue el primero en sugerir que el exponente H se aplicase en el análisis de la dependencia de largo plazo en las series económicas y financieras. Por su parte, Lo (1991) propuso un contraste que permita que no se confundieran los efectos de memoria corta con los de memoria larga, confusión que no es posible evitar con base en el análisis *R/S* originalmente propuesto por Hurst y considerado como adecuado por Mandelbrot y Wallis (1969).

Mediante el trabajo de Granger (1980), Granger y Joyeux (1980) y Hosking (1981) se desarrolló el concepto de integración (o diferenciación) fraccionaria para modelar procesos de series de tiempo con memoria larga. Los modelos resultantes se denominan ARFIMA (del inglés *autoregressive fractionally integrated moving average*) y se diferencian de los modelos ARMA estacionarios y ARIMA en que en la función de los rezagos $(1-L)^d$ el número d es diferente de cero (como en un ARMA estacionario) o de 1 como en el caso de un modelo ARMA integrado (ARIMA o proceso de raíz unitaria). Por su parte, Geweke y Porter-Hudak (1983) demostraron que detrás del modelado de Hurst en tiempo continuo está el ruido blanco fraccionario, definido en tiempo discreto, dando lugar a la relación d = H - 0.5.

En el presente trabajo se presenta la evidencia que se encontró en el análisis de los rendimientos y volatilidades de acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores, así como también del indicador del mercado accionario mexicano. En la sección siguiente se describen las pruebas en que se basa el análisis cuyos resultados se muestran en la sección tres y, finalmente, se dedica la última sección a las conclusiones de este estudio.

1. Metodología para detectar dependencia de largo plazo

En los apartados de esta sección se describen las pruebas en que se basó nuestro análisis para detectar la existencia de dependencia de largo plazo o memoria larga en una muestra de acciones mexicanas.

1.1 Análisis R/S o prueba de rango reescalado

Según Mandelbrot y Van Ness (1968) y Mandelbrot (1997) el análisis *R/S* permite calcular el valor de *H* asociado al movimiento browniano fraccional para cualquier serie temporal, lo que permite comprobar si dicha serie se comporta como un movimiento browniano ordinario o si, por el contrario, la serie presenta memoria. El análisis *R/S* se basa en la construcción del estadístico *R/S*. Este es una medida del rango de las desviaciones de las sumas parciales de una serie temporal respecto de su media, reescalado por la desviación típica de la serie

La estimación del exponente *H* consiste en la construcción de un diagrama en el que se dibuja el valor del logaritmo de *n* (el numero de observaciones consideradas). Cuando los puntos se encuentran sobre una recta con pendiente igual a 1/2 se tiene un proceso débilmente dependiente, mientras que cuando la pendiente es mayor a 1/2 el proceso exhibe memoria a largo plazo. De acuerdo con Peters (1996), el algoritmo para el cálculo de *H* es el siguiente:

1) Se divide la serie temporal, que suponemos de tamaño N, en V intervalos de longitud n. Lo que significa que $V n = N$. A cada intervalo se le denomina I_ν con $\nu = 1,2,\ldots,V$. A

cada elemento del intervalo se le denota mediante $N_{k,\nu}$ con k =1,2,…,n. Posteriormente se calcula la media de los elementos de cada subintervalo de longitud n obteniendo ν medias calculadas de acuerdo con:

$$m_{\nu} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} N_{\kappa,\nu} \tag{1}$$

2) Se calculan las desviaciones acumuladas respecto a la media para cada subintervalo, es decir:

$$X_{\kappa,\nu} = \sum_{i=1}^{k} (N_{I,\nu} - M_{\nu}) \text{ para } k = 1,2,...,n \tag{2}$$

3) Se define el rango para cada subintervalo $R_{I,\nu}$ como la diferencia entre el valor máximo y mínimo de $X_{k,\nu}$:

$$R_{I,\nu} = \max(X_{k,\nu}) - \min(X_{k,\nu}) \tag{3}$$

4) Se calcula la desviación típica muestral para cada subintervalo I_{ν} :

$$S_{I\nu} = \left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} (N_{k,\nu} - m_{\nu})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \tag{4}$$

5) Se divide cada rango por la desviación típica y se obtiene *R/S* para cada intervalo y se calcula el valor medio de *R/S* para los intervalos de longitud n:

$$(R/S)_n = \frac{1}{V} \sum_{\nu}^{\mathrm{N}} (R_{I,\nu} / S_{I,\nu}) \tag{5}$$

6) Se aumenta la longitud del intervalo hasta el siguiente valor que verifique que *N/n* sea un número entero y se repite todo el proceso desde el paso número 1 para todos los valores posibles de n.

Se realiza una regresión con log(n) como variable independiente y log$(R/S)_n$ como variable dependiente. La pendiente de dicha regresión es el valor buscado de H.

Es importante llevar a cabo una prueba de hipótesis con el objetivo de determinar si el coeficiente H es estadísticamente igual o diferente a 0.5, es decir si la serie es un ruido blanco. Para lo anterior se someten a prueba las siguientes hipótesis:

H_0 : El proceso es aleatorio e independiente *IID* $N \sim (0,\sigma^2)$: (ruido blanco Gaussiano)

H_1 : El proceso esta correlacionado (ruido Gaussiano correlacionado positiva o negativamente)

Al respecto, Mangas (2000) propone el siguiente procedimiento para realizar esta prueba:

1) Se construye la serie de valores *R/S* esperados bajo la hipótesis nula de ruido blanco Gaussiano

$$\mathrm{E}[(R/S)_n] = \left(\frac{n - \frac{1}{2}}{n} \right) \cdot \left(\frac{n \cdot \pi}{2} \right)^{1/2} \sum_{r=1}^{n-1} \sqrt{\frac{n-r}{r}} \tag{6}$$

2) Obtención del valor esperado de *H.* Se realiza la regresión con mínimos cuadrados ordinarios utilizando como variable dependiente del logaritmo de $\mathrm{E}[(R/S)_n]$ y como variable independiente el logaritmo de *n*. De esta forma, el valor estimado de *H*, es decir $\mathrm{E}[H]$, será el resultado de esta pendiente de regresión.
3) Obtención de la varianza *H*. La varianza del exponente de Hurst sólo depende del número total de observaciones de la serie (*N*) y viene dada por.

$$\mathrm{Var}(H) = \frac{1}{N} \tag{7}$$

4) Prueba de Hipótesis. Para analizar el contraste de la hipótesis nula $(H = 0.5)$, se utiliza el hecho de que los valores de *R/S* se distribuyen según una ley normal, por lo que se puede construir el estadístico de contraste de la siguiente forma:

$$Z_E = \frac{\mathrm{E}(H) - H}{\sqrt{\mathrm{Var}(H)_n}} \tag{8}$$

El estadístico Z_E se contrasta con las tablas de probabilidad de la distribución normal y la hipótesis nula se aceptará con un 95% de confianza (5% de error tipo1).

1.2 Test de Lo o análisis R/S modificado

Lo (1991) propone remplazar la desviación típica muestral por otro factor de normalización que recoja la posible correlación en el corto plazo que pudiera existir en los datos, obteniéndose el siguiente estadístico:

$$Q_N(q) = \frac{1}{S_N(q)} \left\{ \max_{1 \le k \le n} \sum_{i=1}^{k} (x_i - \bar{x}) - \min_{1 \le k \le n} \sum_{i=1}^{k} (x_i - \bar{x}) \right\} \tag{9}$$

donde *q* es un parámetro de truncamiento, $\bar{x}$ es la media muestral de las *N* observaciones, y $S_N(q)$ es un estimador de la desviación típica de x_n definido como:

$$S_N(q) = \sqrt{c(0) + 2\sum_{j=1}^{q} w_j(q)c(j)}\,, \quad \text{con} \quad w_j(q) = 1 - \frac{j}{q+1}\,, \quad \text{con} \quad q<N \tag{10}$$

donde *c(0)* y *c(j)* denotan, respectivamente, la varianza y al autocovarianza muestral de orden *j* de x_n,

$$c(0) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} (x_n - \bar{x})^2 \quad \text{y} \quad c(j) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N-j} (x_n - \bar{x})(x_{n+j} - \bar{x})$$

El estadístico $Q_N(q)$ en la ecuación (9) se denomina rango reescalado modificado, y para q=0 se reduce al estadístico *R/S* de Hurst. Valores extremos de $Q_N(q)$, se consideran indicativos de la posible existencia de memoria larga en la serie x_n.

1.3 Modelos de series de tiempo (ARFIMA)

Se dice que un proceso es ARFIMA(*p,d,q*) si los datos se generan por:

$$\phi(L)(1-L)^d x_t = \psi(L)\varepsilon_t , \tag{11}$$

donde *d* es un número no entero y

$$(1-L)^d = \sum_{j=0}^{\infty} b_j L^j , \tag{12}$$

donde $b_0 = 1$ y el *j*-ésimo coeficiente autorregresivo, b_j, está dado por:

$$b_j = \frac{-d\Gamma(j-d)}{\Gamma(1-d)\Gamma(j+1)} = \frac{j-d-1}{j} b_{j-1}, \qquad j \geq 1. \tag{13}$$

La ecuación (12) representa una estructura de rezagos infinita, pero en la práctica la muestra disponible es finita, por lo que se tiene como aproximación la estructura de rezagos truncada:

$$(1-L)_+^d = \sum_{j=0}^{t-1} b_j L^j \tag{14}$$

2. Resultados empíricos

Además del Índice de Precios y Cotizaciones (IPC), las acciones mexicanas que se incluyen en el estudio son: ALFA, AMXL, BIMBOA, CEMEXCPO, FEMSAUBD, GFINBURO, GCARSO, GMEXICO, GNORTE, ICA, IPC, TELEVISACPO, TELMEX y WALMEX. El periodo que comprende el estudio son cinco años y van del 2 de enero de 2002 al 31 de diciembre de 2007, abarcando un total de 1514 observaciones para cada serie. Con base en los precios de cierre diarios de las acciones se utilizaron los rendimientos logarítmicos: $r = \log(P_t P_{t-1})$, mismos que fueron analizados y los resultados se presentan a continuación:

2.1 Pruebas de memoria larga en los rendimientos

En el Cuadro 1 se muestran los resultados de la estimación del *R/S* (coeficiente de Hurst), el *R/S* modificado y el estadístico de prueba para determinar si las series de rendimientos son ruido blanco o si existe evidencia de dependencia de largo plazo. En la columna 3 se presenta el valor estimado del coeficiente de Hurst o exponente *H* mediante el programa Gretl.[1] Se

[1] Paquete Econometric creado por Allin Cottrell y Riccardo Lucchetti que se distribuye de manera gratuita bajo licencia pública general (GNU). La versión al español fue hecha por Ignacio Díaz-Emparanza de la Universidad del País Vasco.

puede observar también en el Cuadro 1 que el valor del exponente *H* para las distintas acciones y para el IPC se encuentra por arriba o por debajo de 0.5, sin embargo la mayoría de las acciones presentan un comportamiento más cercano a una serie independiente que a una persistente, indicando que los eventos diarios no presentan comportamientos significativos de memoria a largo plazo. Cabe resaltar que las acciones con un valor de *H* más alto fueron obtenidas por BIMBOA, CEMEXCPO e ICA indicando que estas tres acciones son las que presentan una correlación mayor de largo plazo respecto a las otras.

Asimismo, en la columna 7 (valor *p*) se pueden observar los resultados del estadístico de prueba (si la serie es ruido blanco), con lo que se puede decir a un 95% de confianza que las acciones ALFA, AMXL, BIMBOA, CEMEXCPO, FEMSAUBD, GFINBURO, GCARSO, GMEXICO, GNORTE, ICA, IPC, TELEVISACPO, TELMEX y WALMEX presentan un valor de H=0.5, esto significa que las observaciones son independientes. Por otra parte para las acciones GMODELO y TELECOMA1 el exponente de *H* es diferente a 0.5 por lo que estas series, bajo el estadístico de prueba, presentan un comportamiento con memoria a largo plazo.

Finalmente en la columna 4 se muestran los resultados de la prueba de Lo o *R/S* modificado calculado mediante el programa TSMod[2] en donde se puede observar que bajo el intervalo

Cuadro 1
Análsis R/S y R/S modificado de los rendimientos

Obs	*Acción*	*Hurst*	*Lo [0.890,1.862] 5%*	*E[H]*	*Estadistico*	*Valor p*
1514	ALFAA	0.529903	1.06781 {<0.8}	0.550485101	-0.800852729	0.21160839
1514	AMXL	0.544186	1.31271 {<0.4}	0.550485101	-0.245099015	0.40318993
1514	BIMBOA	0.571012	1.21135 {<0.6}	0.550485101	0.798704747	0.21223075
1514	CEMEXCPO	0.59202	1.5125 {<0.2}	0.550485101	1.61612924	0.05303318
1514	FEMSAUBD	0.511409	0.934327 {<0.9}	0.550485101	-1.520457097	0.06419809
1514	GFINBURO	0.520796	1.21097 {<0.6}	0.550485101	-1.155207491	0.12400279
1514	GCARSO	0.526992	1.09255 {<0.7}	0.550485101	-0.914120184	0.18032682
1514	GMEXICOB	0.536378	0.964536 {<0.9}	0.550485101	-0.548909489	0.29153375
1514	GMODELO	0.482833	0.951956 {<0.9}	0.550485101	-2.632353627	0.00423982
1514	GNORTEO	0.491155	0.950371 {<0.9}	0.550485101	-2.308543334	0.01048444
1514	ICA	0.608993	1.58127 {<0.2}	0.550485101	2.276551265	0.01140648
1514	IPC	0.567298	1.31685 {<0.4}	0.550485101	0.65419244	0.25649385
1514	TELECOMA1	0.487544	1.20426 {<0.6}	0.550485101	-2.449047896	0.00716172
1514	TELEVISACPO	0.568641	1.49592 {<0.2}	0.550485101	0.706448775	0.23995447
1514	TELMEX	0.532118	1.09446 {<0.7}	0.550485101	-0.71466674	0.23740742
1514	WALMEX	0.516164	1.18028 {<0.6}	0.550485101	-1.33543932	0.09086636

[2] Programa elaborado por James Davidson con base en Ox y Java (www.timeseriesmodelling.com)

de confianza al 5% (0.890, 1.862) los resultados parecen indicar que no existe dependencia a largo plazo en ninguna de las series.

Cuadro 2
Estimación del parámetro de memoria larga con modelos ARFIMA (*p,d,q*)

Acción	MODELO ARFIMA	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\phi}_2$	$\hat{\phi}_3$	$\hat{\phi}_4$	$\hat{\phi}_5$	$\hat{d}$
ALFAA	(1,*d*,0)[1]	0.00087	0.16783					-0.07496*
		(<0.01)	(<0.01)					(0.067)
	(0,*d*,0)[2]	0.00089						-0.03106
		(<0.01)						(0.303)
AMXL	(3,*d*,0)[3]	0.00086	0.00382	-0.01799	-0.06702			-0.01548
		(0.02)	(0.939)	(0.615)	(0.04)			(0.745)
BIMBOA	(0,*d*,0)[1]	0.00047						-0.03062
		(0.032)						(0.241)
CEMEXCPO	(1,*d*,0)[1]	0.00048	0.12484					-0.05268
		(0.065)	(0.016)					(0.199)
ELEKTRA	(1,*d*,0)[2]	0.00054	0.13149					0.01998
		(0.07)	(0.026)					(0.691)
	(5,*d*,0)[3]	0.00048	0.0946	0.00064	-0.04127	0.03308	-0.07755	0.05987
		(0.107)	(0.206)	(0.987)	(0.321)	(0.353)	(<0.01)	(0.383)
FEMSAUBD	(0,*d*,0)[1]	0.00052						-0.0086
		(0.013)						(0.735)
GBINBURO	(0,*d*,0)[1]	0.00053						-0.057**
		(0.021)						(0.018)
GCARSOA1	(0,*d*,0)[4]	0.00053						-0.02097
		(0.022)						(0.472)
	(1,*d*,0)[5]	0.00073	0.09802					-0.08414**
		(0.007)	(0.052)					(0.03)
GMEXICOB	(1,*d*,0)[1]	0.00122	0.19439					-0.06484
		(<0.01)	(<0.01)					(0.135)
GMODELO	(0,*d*,0)[4]	0.00046						-0.06225**
		(0.011)						(0.025)
	(1,*d*,0)[5]	0.00063	0.08887					-0.11943***
		(<0.01)	(0.088)					(<0.01)
GNORTEO	(1,*d*,0)[1]	0.00166	0.2488					-0.16657***
		(<0.01)	(<0.01)					(<0.01)
ICA	(1,*d*,0)[1]	0.00038	0.16607					-0.01835
		(0.274)	(0.076)					(0.774)
IPC	(1,*d*,0)[1]	0.00055	0.11787					-0.05108
		(0.017)	(0.017)					(0.229)
PEÑOLES	(0,*d*,0)[4]	0.00063						0.06083
		(0.07)						(0.088)*
	(1,*d*,0)[5]	0.001	0.1234					-0.02372
		(0.015)	(0.096)					(0.664)
SORIANA	(0,*d*,0)[4]	0.0003						0.03054
		(0.159)						(0.289)
	(1,*d*,0)[5]	0.00042	0.09964					-0.03148
		(0.071)	(0.038)					(0.424)
TELECOMA1	(1,*d*,0)[1]	0.0007	-0.15555					-0.06354
		(0.121)	(0.381)					(0.145)

TELEVISACPO	$(0,d,0)^2$	0.00032			0.00517
		(0.166)			(0.875)
	$(1,d,0)^3$	0.0004	0.06747		-0.03669
		(0.122)	(0.189)		(0.424)
TELMEXL	$(1,d,0)^1$	0.00044	0.12224		-0.07174
		(0.027)	(0.015)		(0.085)*
WALMEX	$(1,d,0)^4$	0.00079	0.20533		-0.15149
		(<0.01)	(<0.01)		(<0.01)***
	$(2,d,0)^5$	0.00068	0.1791	-0.06093	-0.11529***
		(0.011)	(<0.01)	(0.07)	(<0.01)

[1]Sugerido por los criterios de Schwarz, Hannan-Quinn y Akaike, [2]Sugerido por los criterios de Schwarz y Hannan-Quinn, [3]Sugerido por el criterio de Akaike, [4]Sugerido por el criterio de Schwarz, [5]Sugerido por los criterios de Hannan-Quinn y Akaike. Los números en paréntesis son los valores *p*. ***,**,* denotan respectivamente el 1%, 5% y 10% de significancia

En el Cuadro 2 se presentan las estimaciones de los modelos ARFIMA para las diferentes series parámetro de memoria larga, destacando que en varios casos se obtuvo evidencia estadísticamente significativa de memoria larga, medida por el parámetro *d*.[3]

Para las acciones GNORTEO Y WALMEX, el parámetro *d* alcanza un nivel de significancia del 1%. Es de señalarse que en el primer caso los tres criterios de selección de modelo coinciden en el orden del modelo ARFIMA (1*,d,*0), en tanto que para la acción de WALMEX divergen los criterios, pero manteniéndose en ambas especificaciones estimadas el nivel de significancia. En el caso de GMODELO, el parámetro *d* estimado sólo resultó significativo al 1% bajo la especificación sugerida por los criterios de Akaike y de Hannan-Quinn, pero resulta menos significativo (5%) cuando se adopta la especificación sugerida por el criterio de Schwarz.

El parámetro *d* es significativo al 5% en los modelos estimados para GBINBURO Y GCARSOA1 y sólo al 10% de significancia se tuvo evidencia de memoria larga para las acciones ALFAA, TELMEXL y PEÑOLES, aunque en el último caso en el orden del modelo sugerido por los criterios de Akaike y de Hannan-Quinn, (1*,d,*0), el parámetro de memoria larga pierde significancia.

2.2 Pruebas de memoria larga en las volatilidades

Para encontra evidencia sobre la existencia de memoria larga en las volatilidades de estas acciones se llevó a cabo inicialmente el análisis de sus varianzas diarias, medidas por el cuadrado de los rendimientos (véase el Cuadro 3). De acuerdo con los resultados mostrados por las diferentes pruebas, se observa persistencia en la volatilidad de la mayoría de las acciones de la muestra; comportamiento congruente con la existencia de memoria de largo plazo. Únicamente en los casos de las volatilidades correspondientes a las acciones TELECOMA1, TELEVISACPO, TELMEX y WALMEX no se encontró evidencia que sugiera un comportamiento persistente.

[3] También se estimaron con TSMod

Para obtener evidencia adicional al respecto, se analizan las volatilidades de rango con el método sugerido por Parkinson (1980), estimador basado en el método del valor extremo y que es considerado hasta cinco veces más eficiente para estimar la varianza de los rendimientos que si se utilizan los cuadrados de éstos últimos. Se estimaron las varianzas diarias de la siguiente forma:

$$\sigma^2 = \frac{1}{4 \times \log 2}(H - L)^2 \tag{15}$$

donde *H* y *L* son respectivamente los precios máximo y mínimo del día. Los resultados de las pruebas correspondientes se muestran en el Cuadro 3, del cual se desprende que en todos los casos se rechaza la hipótesis de que *H = 0.5*, deduciéndose que el comportamiento de las series de volatilidades es persistente o, equivalentemente, que existe evidencia estadísticamente significativa de que hay dependencia (memoria) de largo plazo en la volatilidad de todas las series estudiadas.

Cuadro 3
Análisis R/S y R/S modificado de los cuadrados de los rendimientos

No-Obs	*Acción*	*Hurst*	*Lo [0.890,1.862]----5%*	*E[H]*	*Estadístico*	*Valor p*
1514	ALFAA	0.755482	3.21585{0.001}	0.550485101810	7.97646066	0.00000000
1514	AMXL	0.706017	1.90481 {<0.025}	0.550485101810	6.05176994	0.00000000
1514	BIMBOA	0.62319	1.1617 {<0.6}	0.550485101810	2.82895871	0.00233499
1514	CEMEXCPO	0.678469	2.00621 {<0.025}	0.550485101810	4.97987305	0.00000032
1514	FEMSAUBD	0.720835	2.4937 {<0.005}	0.550485101810	6.62834059	0.00000000
1514	GBINBURO	0.691499	2.33149 {<0.005}	0.550485101810	5.48687234	0.00000002
1514	GCARSO	0.72656	2.83999 {<0.005}	0.550485101810	6.85110121	0.00000000
1514	GMEXICOB	0.781558	2.8967 {<0.005}	0.550485101810	8.9910818	0.00000000
1514	GMODELO	0.79407	3.36817 {<0.005}	0.550485101810	9.47792564	0.00000000
1514	GNORTEO	0.730862	2.54749 {<0.005}	0.550485101810	7.01849269	0.00000000
1514	ICA	0.720292	2.34039 {<0.005}	0.550485101810	6.60721237	0.00000000
1514	IPC	0.781572	2.63423 {<0.005}	0.550485101810	8.99162655	0.00000000
1514	TELECOMA1	0.57594	1.13754 {<0.7}	0.550485101810	0.99045398	0.16097614
1514	TELEVISACPO	0.568641	1.49592 {<0.2}	0.550485101810	0.70644877	0.23995455
1514	TELMEX	0.532118	1.09446 {<0.7}	0.550485101810	-0.7146667	0.76259250
1514	WALMEX	0.516164	1.18028 {<0.6}	0.550485101810	-1.3354393	0.90913370

Cuadro 4
Análisis R/S y R/S modificado de las volatilidades de rango

Obs	*Acción*	*Hurst*	*Lo [0.890,1.862] 5%*	*E[H]*	*Estadistico*	*P-value*
1514	ALFAA	0.901599	3.87746 {<0.005}	0.550485101810	13.6618955	0.00000000
1514	AMXL	0.953691	3.93354 {<0.005}	0.550485101810	15.6888032	0.00000000
1514	BIMBOA	0.856658	3.46154 {<0.005}	0.550485101810	11.9132343	0.00000000
1514	CEMEXCPO	0.937121	4.85006 {<0.005}	0.550485101810	15.0440619	0.00000000
1514	FEMSAUBD	0.906398	4.45018 {<0.005}	0.550485101810	13.8486253	0.00000000
1514	GBINBURO	0.819675	3.21859 {<0.005}	0.550485101810	10.4742201	0.00000000
1514	GCARSO	0.91389	4.39167 {<0.005}	0.550485101810	14.1401402	0.00000000
1514	GMEXICOB	0.937799	2.93154 {<0.005}	0.550485101810	15.070443	0.00000000
1514	GMODELO	0.863665	4.7574 {<0.005}	0.550485101810	12.1858777	0.00000000
1514	GNORTEO	0.911437	4.32786 {<0.005}	0.550485101810	14.0446936	0.00000000
1514	ICA	0.92901	3.19717 {<0.005}	0.550485101810	14.7284617	0.00000000
1514	IPC	0.93108	4.08569 {<0.005}	0.550485101810	14.8090057	0.00000000
1514	TELECOMA1	0.935795	4.16417 {<0.005}	0.550485101810	14.9924671	0.00000000
1514	TELEVISACPO	0.940939	4.70983 {<0.005}	0.550485101810	15.1926209	0.00000000
1514	TELMEX	0.906221	3.63349 {<0.005}	0.550485101810	13.8417382	0.00000000
1514	WALMEX	0.987559	5.08981 {<0.005}	0.550485101810	17.0066122	0.00000000

3. Conclusiones

Algunos suponen que la prueba de rango reescalado *R/S* es una prueba estadística robusta para detectar si en una serie de tiempo está presente el fenómeno a largo plazo y de esta manera determinar si una serie de tiempo es aleatoria o que sus rendimientos estén correlacionados a largo plazo. Sin embargo cabe destacar de manera importante que aunque se encontraron valores de *H* numéricamente diferentes de 0.5 en las acciones ALFA, AMXL, BIMBOA, CEMEXCPO, FEMSAUBD, GFINBURO, GCARSO, GMEXICO, TELEVISACPO, TELMEX, WALMEX y en el IPC, al aplicar el estadístico de prueba (bajo la hipótesis nula de que la serie es ruido blanco) no se pudo rechazar que las observaciones sean independientes. Esto quiere decir que siguen un movimiento browniano de incrementos independientes. Por otra parte, las acciones GNORTEO, GMODELO, ICA y TELECOMA1 bajo el estadístico de prueba presentan un comportamiento con memoria a largo plazo, lo que sugiere que sus incrementos sí están correlacionados.

Mediante el análisis de *R/S* modificado no se obtuvo evidencia de memoria a largo plazo en las series analizadas. Este resultado parecería corroborar los obtenidos para el calculo del exponente de Hurst sin embargo la prueba *R/S* es mucho más sensible respectos a sus parámetros iniciales. Teverovssky, Taqqu y Willenger (1998) demuestran conforme modifican los parámetros iniciales del estadístico encuentran que la hipótesis nula para algunos casos es aceptada y para otros es rechazada.

A través de modelos de series de tiempo con memoria larga (dependencia de largo plazo) se encontró evidencia significativa para algunas de las series. Al respecto se destaca el hecho de que algunas series mostraron presencia significativa de memoria larga mediante modelos de series de tiempo, pero no así con las pruebas previas (R/S y R/S modificada).

A diferencia de los rendimientos, las series de las volatilidades estimadas mediante dos formas alternativas, manifiestan un valor de *H* muy significativo para casi todas las acciones, indicando que las observaciones de las volatilidades están correlacionadas, esto quiere decir que mantienen un efecto de memoria a largo plazo prolongado. El análisis de rango reescalado modificado corrobora los resultados ya que puede observar que bajo el intervalo de confianza al 5% (0.890, 1.862) los resultados indican que existe dependencia a largo plazo en prácticamente todas las series analizadas. Por lo tanto se puede ver que el efecto de memoria a largo plazo se manifiesta mucho más en las volatilidades que en los rendimientos.

De acuerdo con estos resultados, en el modelado de las series accionarias mexicanas se debe tomar en cuenta dicho efecto, particularmente por lo que hace a la medición y control de riesgos. Es de destacarse en concreto que el proceso de la valuación de instrumentos derivados, como las opciones, descansa en el supuesto de que los precios de los activos siguen un movimiento geométrico browniano, en tanto que la existencia de memoria larga o dependencia de largo plazo sugiere que el proceso correcto es entonces el del movimiento browniano fraccionario, cuyas propiedades se describen en Mandelbrot y Van Ness (1968), implicando que si no se considera la presencia de memoria larga entonces se estaría menospreciando parte del riesgo del activo subyacente y, como consecuencia, el precio no estaría correctamente ajustado al nivel de riesgo.

Bibliografía

Ayala Sánchez, Mauricio. (2006). *Detección de caos y fractalidad en mercados bursátiles emergentes*. España: UPM.

Díaz Fernández, Andrés.(2000).*Dinámica Caótica en Economía*. España: Mac Graw Hill

E. Peters, Edgar. (1996). *Chaos and Order in the Capital Markets*, U.S.A.: John Wiley & Sons.

Escot Mangas, Lorenzo.(2000).*Dinámica Económica Caótica: Una Aplicación al Estudio del Ciclo y el Crecimiento Económico*. Tesis de Doctorado. España, Madrid: Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad Complutense de Madrid.

Gálvez Medina, Ernesto. (2005). *Análisis fractal del mercado de Valores en México (1978-2004).* Tesis de Doctorado. México, D.F: Escuela Superior de Comercio y Administración, Instituto Politécnico Nacional.

García Otamend, Edgari. (2006).*Dinámica de Sistemas Complejo: Análisis Fractal del Índice de Precios Cotizaciones*. Tesis de Maestría. México, D.F: Escuela superior de ingeniería mecánica y eléctrica sección de estudios de posgrado de investigación, Instituto Politécnico Nacional.

Geweke, J. and S. Porter-Hudak (1983) The estimation and application of long memory time series models. *Journal of Time Series Analysis*, 4(4), pp. 221-238.

Granger, C. W. J. (1980). Long memory relationships and the aggregation of dynamic models. *Journal of Econometrics*, 14(2), pp. 227-238.

Granger, C. W. J. and R. Joyeux(1980). An introduction to long memory time series models and fractional differencing. *Journal of Time Series Analysis*, 1(1), pp. 15-29.

Hosking, J. (1981). Fractional differencing. *Biométrica*, 68(1), pp. 165-176.

Hurst, H. E. (1951). Long-term storage of reservoirs. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 116, pp. 770-799.

Lo, A.W. (1991). Long-term memory in stock market prices, *Econometrica*, 59, pp..

M. A. Urbach, Richard. (2000). *Footprints of Chaos in the Markets: Analyzing non-linear time series in financial markets and other real systems*, Great Britain.: Prentice Hall

Mandelbrot, B., (1971). When can price be arbitrage? A limit to the validity of the random walk and martingale models. *Review of Economics and Statistics,* 53(3), pp. 225-236.

Mandelbrot, B.(1997). *Fractals and Scalling in Finace*. USA.: SPRINGER.

Mandelbrot, B y Van Ness, J.W.(1968). Fractional Brownian motions, fractional noises and applications. *SIAM Review*, 10(4), pp. 422-437.

Mandelbrot, B. and J. R. Wallis (1969). Computer Experiments with Fractional Gaussian Noises. *Water Resources Research*, 5, pp. 260-267.

Opong, Kwaku, Gwyneth Mulholland, Fox, Alan and Farahamnad Kambiz. (1999).“The behaviour of some UK equity indices: An application of Hurst and BDS test”. *Jornal of Empirical Finance*, 6, pp 267-282.

Palomas, Edgar. (2002). Evidencias e implicaciones del fenómeno de Hurst en el mercado de capitales. *Gaceta económica*, Año 8, No. 15

Parkinson, M. (1980). The extreme value method for estimating the variance of the rate of return. *Journal of Business*, 53 (1), pp. 61-65.

Sierra, Guillermo. (2007). *Procesos de Hurst y movimientos brownianos fraccionales en mercados fractales: Valuación y Aplicaciones a los Derivados y Finazas*. Tesis de doctorado. Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey-CCM.

Teverovsky, V., Taqqu, M.S. and Willinger, W. (1999). A critical look at Lo modified *R/S* statistic. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 80, pp. 211-227.