

# MEDICIÓN DE LOS FACTORES DEL CRECIMIENTO REGIONAL: UNA VISIÓN ALTERNATIVA A LAS TÉCNICAS SHIFT-SHARE APLICADA AL ANÁLISIS DE LA ECONOMÍA DEL ESTADO DE MÉXICO

Christian Enmanuel Laguna Reyes\*

21

## Resumen

La técnica Shift-Share ha sido uno de los métodos más extendidos cuando se trata de analizar el crecimiento del empleo o de la renta en cierta región. Pese a su elevado grado de popularidad, que queda patente observando las múltiples aplicaciones que durante décadas se han realizado, ha sido objeto de numerosas críticas.

Uno de los aspectos más criticados del Shift-Share ha sido la asimetría presente en sus planteamientos que puede ocasionar cierto grado de variabilidad en los resultados obtenidos (Klaassen & Paelinck, 1972).

En el presente trabajo se replanteará este análisis proponiendo un método general de descomposición en el que las soluciones alcanzadas por la técnica Shift-Share son un caso particular dentro de un amplio rango de soluciones posibles. Este resultado se ilustrará mediante el estudio de las variaciones experimentadas en el empleo sectorial en el Estado de México durante los últimos años.

Palabras clave: Shift-Share, métodos de descomposición, crecimiento, economía regional.

Clasificación JEL: C67, R12, R15

## Introducción

La técnica Shift-Share ha sido aplicada tradicionalmente en el ámbito de la economía regional para explicar la influencia que tienen los distintos componentes sobre el cambio que experimenta una magnitud. La idea que subyace en este análisis es que la variación experimentada por una variable  $z_{ij}$  (donde el subíndice  $i$  denota el sector y el subíndice  $j$  a la región)

\* Maestro en Economía Regional, Universidad Autónoma de Coahuila, profesor del Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey- Campus Estado de México (ITESM-CEM) y Alumno del Doctorado en Ciencias Económicas. IPN.

entre dos momentos del tiempo, depende de la actuación de tres factores: el efecto de arrastre que ejerce la evolución de la economía nacional, la influencia que ejerce el desempeño del sector económico  $i$  en su conjunto y, finalmente, un efecto que viene dado por características específicas de la región  $j$ . Estos aspectos se sintetizan en la siguiente expresión:

$$\Delta z_{ij} = z_{ij}^1 - z_{ij}^0 = \delta z_{ij}^0 + (\delta_i - \delta) z_{ij}^0 + (\delta_{ij} + \delta_i) z_{ij}^0 \quad (1)$$

donde  $\delta$  es la tasa de crecimiento de la variable  $z$  a nivel nacional,  $\delta_i$ , representa la tasa de crecimiento de dicha variable en ese sector a nivel nacional y finalmente  $\delta_{ij}$  es la tasa de crecimiento de  $z_{ij}$  entre los dos instantes de tiempo considerados, 0 y 1. Es decir:

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{z^1}{z^0} - 1 \\ \delta_i &= \frac{z_i^1}{z_i^0} - 1 \\ \delta_{ij} &= \frac{z_{ij}^1}{z_{ij}^0} - 1 \end{aligned} \quad (2)$$

La expresión (1) es la correspondiente al análisis Shift-Share convencional, a partir de la cuál se distinguen los tres efectos cuya suma da como resultado el cambio total en  $z_{ij}$ :

$$\Delta z_{ij} = EN + ESC + ERC \quad (3)$$

Como se ha determinado, ( $EN$ ) el efecto nacional recoge el crecimiento que habría experimentado la variable,  $z_{ij}$  si su tasa de crecimiento hubiese sido la media nacional, el *efecto sectorial comparado* ( $ESC$ ) o *industry mix* representa qué parte del diferencial respecto a la tasa de crecimiento nacional es debida a la estructura sectorial nacional, por su parte el *efecto regional comparado* ( $ERC$ ) o *efecto competitivo* cuantifica la influencia que tiene el comportamiento específico del sector  $i$  en la región  $j$  frente a cómo se comporta el propio sector  $i$  a nivel nacional.

Este método ha sido empleado<sup>1</sup> para descomponer el cambio observado en los niveles de empleo o producción, si bien durante años han sido propuestas correcciones y extensiones al mismo, algunas de las más relevantes aparecen recogidas en los trabajos de Loveridge & Selting (1998) o Mayor (2001), entre otros.

Entre las aportaciones más importantes cabe destacar los conceptos de empleo homotético de Esteban-Marquillas (1972) para perfeccionar la medición del efecto competitivo, o la consideración de los efectos espaciales (Arcelus, 1984), que se traducen en la posibilidad de descomposición del efecto competitivo en varios subefectos. Otra visión alternativa para superar algunas de las limitaciones del Shift-Share clásico la constituye la introducción del Shift-Share estocástico a partir de los trabajos de Berzeg (1978, 1984).

<sup>1</sup> Las bases de la técnica Shift-Share fueron desarrollada en el trabajo de Dunn (1960).

Uno de los aspectos sobre los que se han realizado el mayor número de críticas ha sido la influencia que tiene la elección de los periodos que se toman como referencia para medir los efectos. Sin embargo, no parece existir una única opinión acerca de cuál es la mejor alternativa para resolver este problema; algunas propuestas en este sentido han consistido en tomar instantes intermedios entre el inicial y el final (Klaassen & Paelinck, 1972) o calcular los efectos año tras año (Barff & Knight, 1988).

El objetivo principal de este estudio consiste en retomar el análisis sobre esta cuestión, considerando al análisis Shift-Share como un problema específico de un método más general de descomposición del cambio temporal.

La estructura del trabajo es la siguiente: en la primera parte se muestra cómo la técnica Shift-Share puede ser entendida como un caso particular de las posibles soluciones de un problema general de descomposición del cambio en una variable producto de varios factores explicativos. La segunda parte ilustra los resultados obtenidos en la sección anterior, descomponiendo el cambio experimentado en el empleo por agrupamientos de sectores<sup>2</sup> en el Estado de México durante el periodo 1988-1998. En la sección tercera se retoma un método de descomposición general (Fernández y Ramos, 2002a) que depende del comportamiento temporal de los determinantes de la magnitud. En la sección siguiente se ilustra, con el mismo caso de estudio de la sección 2, la variabilidad existente entre las potenciales soluciones a este problema de descomposición. Finalmente, se exponen algunas conclusiones de este trabajo.

## 1. Un Problema General De Descomposición

Tal como se ha señalado en la parte introductoria, la técnica Shift-Share distingue y cuantifica los distintos componentes que afectan al cambio en una magnitud  $z_{ij}$  entre dos instantes de tiempo, considerando tres efectos generales: nacional, sectorial y regional. En esta sección se hace notar que este resultado está relacionado con la descomposición del cambio de una variable dependiente definida como el producto de diversos factores.<sup>3</sup>

Así sea la variable  $z_{ij}$  expresada del siguiente modo:

$$z_{ij} = nsr \tag{4}$$

donde  $n$  representa el valor de la magnitud a nivel nacional sin considerar los efectos sectorial y regional; esto es,  $n = z$ . Por otra parte,  $s$  recoge la influencia de la estructura sectorial, es decir,  $s = \frac{z_i}{z} = \frac{ns}{n}$ . Finalmente,  $r$  muestra el efecto diferencial propio de la región  $j$ , el cual suponemos, ocasiona que  $z_{ij}$  tome un valor diferente al valor sectorial correspondiente al total nacional:  $r = \frac{z_{ij}}{z_i} = \frac{nsr}{ns}$ .

<sup>2</sup> La agrupación de los sectores se retoma de los trabajos de Dávila (2002) y Laguna (2003).

<sup>3</sup> Problemas de este tipo surgen dentro del análisis insumo producto donde es común la aplicación de la técnica de Análisis de Descomposición Estructural o SDA (Skolka, 1989 y Oosterhaven y otros, 1995).

Si comparamos el valor de  $z_{ij}$  en un instante inicial 0 y un instante final 1, podemos calcular el incremento experimentado por  $z_{ij}$  entre ambos momentos como:

$$\Delta z_{ij} = z_{ij}^1 - z_{ij}^0 = n_1 s_1 r_1 - n_0 s_0 r_0 \quad (5)$$

Sumando y restando  $n_1 s_0 r_0$  en (5) se obtiene:

$$\Delta z_{ij} = \Delta n s_0 r_0 + n_1 \Delta s r_0 + n_1 s_1 + n_1 \Delta r \quad (6)$$

Cada uno de los miembros del lado derecho de esta última expresión (6) representa los efectos definidos en la ecuación (3) respectivamente. De este modo cuantificamos la contribución de  $n$ , es decir, el efecto de arrastre que tiene la economía a nivel nacional como:

$$EN = \Delta n s_0 r_0 \quad (7)$$

24 Operando en (7) obtenemos la expresión de  $EN$ , esto es, el efecto de arrastre de la economía nacional, que ofrece la técnica Shift-Share. El resultado es el siguiente:

$$EN = \Delta n s_0 r_0 = n_1 s_0 r_0 - z_y^0 = \left( \frac{n_1 s_0 r_0}{z_y^0} - 1 \right) z_y^0 = \left( \frac{n_1 s_0 r_0}{n_0 s_0 r_0} - 1 \right) z_y^0 = \left( \frac{n_1}{n_0} - 1 \right) z_y^0 = \delta z_y^0 \quad (8)$$

donde  $\delta = \left( \frac{n_1}{n_0} - 1 \right)$  denota la tasa de crecimiento de la variable  $z$  a nivel nacional.

De igual modo el efecto sectorial puede ser obtenido a partir de la contribución del componente  $s$  al cambio total de la manera siguiente:

$$\begin{aligned} ESC &= n_1 \Delta s r_0 = n_1 s_1 r_0 - n_1 s_0 r_0 = n_1 s_1 r_0 - \frac{n_1}{n_0} n_0 s_0 r_0 = \left( \frac{n_1 s_1 r_0}{n_0 s_0 r_0} - \frac{n_1}{n_0} \right) z_y^0 = \\ &= \left( \frac{n_1 s_1}{n_0 s_0} - \frac{n_1}{n_0} \right) z_y^0 = \left( \frac{z_r^1}{z_r^0} - \frac{z_r^1}{z_r^0} \right) z_y^0 = (\delta_r - \delta) z_y^0 \end{aligned} \quad (9)$$

Debe notarse que si sólo considerásemos la influencia de  $n$  y  $s$ , el valor que tomaría  $z_{ij}$  sería  $z_r$ , por lo que se obtiene el resultado expresado en (9).

Finalmente, la contribución del componente  $r$ , que se considera, representa el efecto regional:

$$\begin{aligned} ERC &= n_1 s_1 \Delta r = n_1 s_1 r_1 - n_1 s_1 r_0 = z_r^1 - \frac{n_1 s_1}{n_0 s_0} n_0 s_0 r_0 = \left( \frac{z_r^1}{z_r^0} - \frac{n_1 s_1}{n_1 s_0} \right) z_y^0 = \\ &= \left( \frac{z_r^1}{z_r^0} - \frac{z_r^1}{z_r^0} \right) z_y^0 = (\delta_r - \delta_r) z_y^0 \end{aligned} \quad (10)$$

Por tanto, se puede concluir que la expresión (6) ofrece los mismos resultados, en términos de la descomposición de los tres efectos, que la solución del Shift-Share convencional mostrada en (1).

Debe tenerse presente que, partiendo de una magnitud definida como el producto de  $n$  factores explicativos, y aplicando el razonamiento expuesto anteriormente, es posible obtener  $n!$  soluciones distintas para expresar el cambio en dicha magnitud. Así pues, en nuestro caso, al disponer de tres factores existirían seis posibles soluciones que expresan el cambio en  $z_{ij}$  como la suma de las contribuciones respectivas. De estas seis soluciones una de ellas es la expresada anteriormente, ahora bien si en la ecuación (5) sumamos y restamos  $n_0 s_0 r_1$  en lugar de  $n_1 s_0 r_0$ , mediante las operaciones necesarias se llega a expresar el cambio total como la siguiente suma:

$$\Delta z_{ij} = \Delta n s_1 r_1 + n_0 \Delta s r_1 + n_0 s_0 \Delta r \quad (11)$$

Ahora los tres efectos se cuantificarían de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} EN &= n_1 s_1 r_1 - n_0 s_1 r_1 = z_V^1 - \frac{s_1 r_1}{s_0 r_0} n_0 s_0 r_0 = \left( \frac{z_V^1}{z_V^0} - \frac{s_1 r_1}{s_0 r_0} \right) z_V^0 = (\delta_V - \delta_r^*) z_V^0 \\ ESC &= n_0 s_1 r_1 - n_0 s_0 r_1 = \left( \frac{n_0 s_1 r_1}{n_0 s_0 r_0} - \frac{r_1}{r_0} \right) z_V^0 = \left( \frac{s_1 r_1}{s_0 r_0} - \frac{r_1}{r_0} \right) z_V^0 = (\delta_r^* - \delta_r) z_V^0 \\ ERC &= n_0 s_0 r_1 - n_0 s_0 r_0 = \left( \frac{n_0 s_0 r_1}{n_0 s_0 r_0} - 1 \right) z_V^0 = \left( \frac{r_1}{r_0} - 1 \right) z_V^0 = \delta_r^* z_V^0 \end{aligned} \quad (12)$$

donde  $\delta_r^*$  es la tasa de crecimiento del componente regional entre los dos periodos considerados:

$$\delta_r^* = \frac{r_1}{r_0} - 1 = \frac{\frac{z_{ij}^1}{z_V^1}}{\frac{z_V^0}{z_r^0}} - 1 \quad (15)$$

es decir, el crecimiento de la importancia del sector  $i$  en la región  $j$  respecto del total del sector a nivel nacional. Razonando de la misma forma, la tasa  $\delta_r^*$  recoge el incremento conjunto de los efectos sectorial y regional, ya que:

$$\delta_{sr}^* = \frac{s_1 r_1}{s_0 r_0} - 1 = \frac{\frac{z_{ij}^1}{z_V^1}}{\frac{z_V^0}{z_r^0}} - 1 \quad (16)$$

mide el incremento del peso del sector  $i$  en la región  $j$  respecto del total nacional; debe notarse que en esta expresión interviene tanto el efecto sectorial como el regional.

Así pues, los tres efectos pueden ser cuantificados por expresiones diferentes a las planteadas en (8), (9) y (10). El efecto nacional se determinaría ahora a partir de la tasa de crecimiento

de  $z_{ij}$  de la que se ha eliminado la influencia tanto sectorial como regional. Observe que, pese a que la forma de cuantificarlo es distinta, seguimos midiendo el efecto neto de arrastre que tiene la economía nacional sobre el sector  $i$  en la región  $j$ . El efecto sectorial está dado por el crecimiento conjunto de la especialización sectorial y la influencia regional de la que se sustrae esta última. Finalmente, el efecto regional se determina a partir del crecimiento del peso del sector  $i$  en la región  $j$  en comparación con el total sectorial a nivel nacional.

Ambas mediciones de los efectos (al igual que las cuatro restantes) son conceptualmente admisibles y exhaustivas, en el sentido de que su suma es igual al cambio total y la elección de una u otra alternativa es una decisión arbitraria que conduce a resultados diferentes con lo que la conclusión del análisis puede diferir notablemente. Este aspecto ya se apunta en el trabajo de Klaassen & Paelinck de 1972 y es señalado como una debilidad de la técnica Shift-Share en otros estudios (Richardson, 1978; Fothergill & Gudgin, 1979; Barff & Knight, 1988; entre otros).<sup>4</sup>

En la sección siguiente y con la intención de ilustrar este aspecto, se analiza la influencia que tiene la elección de una solución concreta sobre la descomposición al cambio de una magnitud.

## **2. Descomposición Del Cambio Del Empleo Sectorial En El Estado De México: Aplicación De Shift-Share**

El objetivo de este punto es ilustrar los problemas relacionados con la variabilidad de los resultados que pueden obtenerse cuando se descompone el cambio total de una magnitud en la suma de tres efectos. Para ello se ha tomado como caso de estudio la variación experimentada en el nivel de empleo en los doce agrupamientos industriales detectados en la economía mexicana,<sup>5</sup> que ha sufrido el Estado de México durante el periodo 1988-1998. El número de empleados, así como las variaciones observadas en el empleo de cada agrupamiento ( $z_{ij}$ , en miles de personas) se muestran en la siguiente tabla:

Así, consideraremos la existencia de tres posibles factores en el cambio experimentado por el empleo: el efecto de arrastre que genera la marcha de la economía mexicana en su conjunto, el efecto que tiene la especialización sectorial en esta región y el efecto competitivo propio de la misma. Si utilizamos la solución del Shift-Share clásico, los resultados obtenidos para cada uno de estos tres efectos son los siguientes:

<sup>4</sup> Dentro del marco input-output, la variabilidad en los resultados obtenidos para el SDA también ha sido comentada en varios trabajos (Betts, 1989; Rose & Casler, 1996; Dietzenbacher & Los, 1998; Cadarso, 1999, entre otros).

<sup>5</sup> Los datos para llevar a cabo esta ilustración se han obtenido del Programa de Detección de Clusters Industriales de la Secretaría de Economía y del Centro de Investigaciones Socioeconómicas de la UA de C, así como de los Censos Económicos del INEGI de 1988 y 1998, la variable a analizar como proxy del empleo se refiere a la Población Ocupada Promedio Total (POPT).

**Cuadro 1**

**Niveles de empleo sectorial y cambio observado durante el periodo 1988-1998**

<i>Estado de México. Agrupamiento</i>	<i>Empleo 1988</i> $z_{ij}^{1988}$	<i>Empleo 1998</i> $z_{ij}^{1998}$	<i>Cambio</i> <i>1988-1998</i> $\Delta z_{ij}$	<i>TMCA</i>
1. Metalmecánica y automotriz.	118,610	116,731	-1,879	-0.2%
2. Minerales no metálicos y otros productos metálicos.	106,414	119,449	13,035	1.2%
3. Productos químicos.*	79,733	91,406	11,673	1.4%
4. Productos alimenticios.	28,286	55,906	27,620	7.1%
5. Energéticos y derivados.*	9,860	8,625	-1,235	-1.3%
6. Textiles.	82,415	129,492	47,077	4.6%
7. Partes de plástico, vidrio y madera para la industria electrónica.	79,074	89,342	10,268	1.2%
8. Productos de papel y cartón.	22,681	29,223	6,542	2.6%
9. Insumos para la producción de auto partes.	67,633	81,049	13,416	1.8%
10. Metales no ferrosos y sus productos.	31,481	36,705	5,224	1.5%
11. Productos de cuero.	16,657	20,284	3,627	2.0%
12. Alimentos para animales.	14,816	29,022	14,206	7.0%

Fuente: Elaborado con información de Censos Económicos del INEGI.

TMCA = Tasa media de crecimiento anual.

\* Excluye los sectores de electricidad, gas y agua, así como al de la construcción.

**Cuadro 2**

**Resultado del Shift-Share clásico (% sobre la TMCA)**

<i>Estado de México. Agrupamiento</i>	<i>TMCA</i>	<i>Nacional</i>	<i>Sectorial</i>	<i>Competitivo</i>
1. Metalmecánica y automotriz.	-0.2%	5.6%	-0.6%	-5.2%
2. Minerales no metálicos y otros productos metálicos.	1.2%	5.3%	-2.0%	-2.1%
3. Productos químicos.*	1.4%	5.2%	-1.1%	-2.8%
4. Productos alimenticios.	7.1%	4.0%	-1.1%	4.2%
5. Energéticos y derivados.*	-1.3%	5.9%	-4.8%	-2.4%
6. Textiles.	4.6%	4.5%	4.5%	-4.4%
7. Partes de plástico, vidrio y madera para la industria electrónica.	1.2%	5.2%	3.1%	-7.2%
8. Productos de papel y cartón.	2.6%	4.9%	-0.3%	-2.1%
9. Insumos para la producción de auto partes.	1.8%	5.1%	2.3%	-5.6%
10. Metales no ferrosos y sus productos.	1.5%	5.2%	-0.4%	-3.3%
11. Productos de cuero.	2.0%	5.1%	0.9%	-4.0%
12. Alimentos para animales.	7.0%	4.0%	-0.1%	3.0%

Fuente: Elaborado con información de Censos Económicos del INEGI.

TMCA = Tasa media de crecimiento anual.

\* Excluye los sectores de electricidad, gas y agua, así como al de la construcción.

Como se ha visto en la sección 2, estos resultados son fruto de expresar el cambio total en las magnitudes ( $\Delta z_{ji}$ ) siguiendo las expresiones que aparecen recogidas en (8), (9) y (10). La elección de esta solución concreta es una decisión estrictamente arbitraria y únicamente es una opción que, a priori, no resulta ni más ni menos aconsejable que las restantes expresiones.

Los resultados que se muestran en la Tabla 2 indican el sentido y la intensidad de los tres efectos señalados. Nos centraremos básicamente en los resultados obtenidos en el sector de Productos Alimenticios, dado que es el agrupamiento con mayor crecimiento en la economía del Estado de México.<sup>6</sup> Dichos resultados indican que en la ganancia registrada de, aproximadamente 28,000 empleos, el efecto competitivo es el factor más importante pues supone que explica 4.2% del cambio total de 7.1% observado, mientras que los efectos de arrastre de la economía nacional y los cambios en el *industry mix* representan el 4.0 y el -1.1%, respectivamente.

Consideremos ahora la siguiente tabla, en la que se presenta la contribución porcentual de cada efecto calculada a partir de las expresiones (12), (13) y (14):

Cuadro 3

## Resultado de una expresión alternativa al Shift-Share clásico (% sobre la TMCA)

<i>Estado de México. Agrupamiento</i>	<i>TMCA</i>	<i>Nacional</i>	<i>Sectorial</i>	<i>Competitivo</i>
1. Metalmecánica y automotriz.	-0.2%	3.5%	-0.2%	-3.4%
2. Minerales no metálicos y otros productos metálicos.	1.2%	3.8%	-1.1%	-1.5%
3. Productos químicos.*	1.4%	3.8%	-0.6%	-1.9%
4. Productos alimenticios.	7.1%	5.1%	-1.0%	3.0%
5. Energéticos y derivados.*	-1.3%	3.3%	-2.4%	-2.2%
6. Textiles.	4.6%	4.5%	2.2%	-2.1%
7. Partes de plástico, vidrio y madera para la industria electrónica.	1.2%	3.8%	1.2%	-3.8%
8. Productos de papel y cartón.	2.6%	4.1%	-0.2%	-1.4%
9. Insumos para la producción de auto partes.	1.8%	3.9%	1.0%	-3.1%
10. Metales no ferrosos y sus productos.	1.5%	3.9%	-0.2%	-2.1%
11. Productos de cuero.	2.0%	4.0%	0.4%	-2.4%
12. Alimentos para animales.	7.0%	5.1%	-0.1%	1.9%

Fuente: Elaborado con información de Censos Económicos del INEGI.

TMCA = Tasa media de crecimiento anual.

\* Excluye los sectores de electricidad, gas y agua, así como al de la construcción.

<sup>6</sup> Cabe señalar que, en el año de 1998, el agrupamiento de productos alimenticios tiene un Coeficiente de Localización (LQ) de 1.29.

Comparando los resultados obtenidos en cada una de las dos descomposiciones mostradas en la sección anterior, se puede observar que la elección de una u otra es relevante sobre las conclusiones a las que un analista puede llegar. Si, por ejemplo, se pretende cuantificar la contribución del efecto de arrastre de la economía mexicana sobre el crecimiento del empleo en el sector de productos alimenticios en el Estado de México, siguiendo la formulación del Shift-Share clásico se concluiría que este efecto supone aproximadamente un 0.2% menos que la influencia del efecto competitivo. Si para este mismo análisis se emplease la cuantificación de los efectos según las expresiones (12), (13) y (14) la conclusión sería que el efecto nacional ejerce una influencia un 2.1% superior (aproximadamente) al efecto regional sobre el crecimiento del empleo en este sector.

Queda clara pues, la variabilidad de los resultados obtenidos. Además, debe tenerse en cuenta que sólo se han comparado los resultados de dos soluciones elegidas del total de las seis posibles alternativas existentes. Esta debilidad en el análisis se enfatizará en la siguiente sección, en la que se propone una visión alternativa de la técnica Shift-Share enmarcándola dentro de un método genérico de descomposición y se mostrará que realmente existe un rango de posibles soluciones todavía mayor que el expuesto hasta aquí.

### 3. Análisis de Descomposición Estructural

De acuerdo con Dietzenbacher & Los (1998), teóricamente el número de formas de descomposición de la variable  $z$  es equivalente a la cantidad  $n!$ , en la cual  $n$  representa el número de las fuentes de cambio. Los autores encuentran una solución práctica que consiste en presentar resultados promedios obtenidos de todas las formas de descomposición.

El valor de una variable endógena  $z$  está dada por el producto de un conjunto de  $n$  variables exógenas (o sus determinantes)  $x_1, x_2, \dots, x_n$  que es:

$$z = x_1 x_2 \dots x_n \quad (17)$$

Un supuesto fundamental es que las variables exógenas pueden asumirse como independientes, no solamente en el sentido matemático sino también desde el punto de vista teórico. Esto es, cada determinante puede cambiar sin que su cambio sea necesariamente acompañado por una variación en los valores de uno o más de sus otros determinantes.

La diferencia en  $z$  puede ser estudiada en relación a los cambios a través del tiempo. Denotando el valor de  $z$  en el periodo inicial 0 como  $z^0$  y su valor en el periodo final 1 como  $z^1$ , podemos expresarlo como:

$$z^0 = x_1^0 x_2^0 \dots x_n^0 \quad (18)$$

$$z^1 = x_1^1 x_2^1 \dots x_n^1 \quad (19)$$

Para descomponer el cambio en  $z$  es posible utilizar dos enfoques. En el primero, las proporciones (ratio) entre el lado izquierdo y el lado derecho de las ecuaciones (18) y (19)

proveen el punto inicial para una forma de *descomposición multiplicativa*. El segundo enfoque es la forma de descomposición aditiva la cual se basa en las diferencias entre el lado izquierdo y el lado derecho de las ecuaciones (18) y (19), así obtenemos:

$$\Delta z = z^1 - z^0 = x_1^1 x_2^2 \dots x_n^1 - x_1^0 x_2^0 \dots x_n^0 \quad (20)$$

El objetivo del análisis de descomposición aditiva es expresar el valor del lado izquierdo como la suma de los respectivos efectos de cada determinante  $x_i$ :

$$\Delta z = \text{efecto de } \Delta x_1 + \text{efecto de } \Delta x_2 + \dots + \text{efecto de } \Delta x_n \quad (21)$$

Para explicar la naturaleza del problema de no individualidad que surge, se toma el caso en el que  $n = 2$ . Por conveniencia de notación, se denota a las variables exógenas por  $x$  e  $y$ . Por lo tanto tenemos:

$$z = xy \quad (22)$$

y

$$\Delta x_1 = z^1 - z^0 = x^1 y^1 - x^0 y^0 \quad (23)$$

Es posible obtener la ecuación equivalente de (21) al sumar y restar  $x^0 y^1$  en (23) obteniendo:

$$\Delta z = x^1 y^1 - x^0 y^0 + x^0 y^1 - x^0 y^1 = (x^1 - x^0) y^1 + x^0 (y^1 - y^0) \quad (24)$$

y

$$\Delta z = \Delta x y^1 + x^0 \Delta y \quad (25)$$

El primer término de la derecha en (25) representa el efecto de un cambio en  $x$  sobre  $z$ , y el segundo término cuantifica la contribución de cambios en la variable  $y$ . El problema surge porque podrían tenerse diferentes contribuciones si sumamos y restamos  $x^1 y^0$  en (23) en lugar de  $x^0 y^1$ . En, este caso podríamos obtener:

$$\Delta z = \Delta x y^0 + x^1 \Delta y \quad (26)$$

Las contribuciones de los cambios en  $x$  e  $y$  obtenidas en las expresiones (25) y (26) pueden variar totalmente o solo un poco, escoger una de ellas es una decisión arbitraria.<sup>7</sup> Como una decisión práctica, tradicionalmente se han aplicado soluciones promedio a las expresiones (25) y (26). Dietzenbacher & Los utilizan ponderaciones promedio, si y solo si, únicamente intervienen dos determinantes:

<sup>7</sup> Únicamente se considera la forma de descomposición “exhaustiva”, la cual implica que el efecto completo se atribuye a cambios en los determinantes exógenos. Un ejemplo de una forma de descomposición “no exhaustiva” o “aproximada” es  $\Delta z = \Delta x y^0 + x^0 \Delta y + \Delta x \Delta y$ . El último término se conoce como “efecto interacción”. En algunos casos, se prefiere la forma aproximada a la forma exhaustiva, por ejemplo cuando se puede dar una interpretación económica al término de interacción. Sin embargo si  $n > 2$ , la descomposición aproximada podría contener un número de términos de interacción para los cuales no se encuentra disponible una interpretación sencilla o clara. En tales casos los autores recomiendan las formas de descomposición exhaustiva (Fernández, 2003).

$$\Delta z = \Delta x y^{(1/2)} + x^{(1/2)} \Delta y \tag{27}$$

donde

$$x^{(1/2)} = \frac{x^0 + x^1}{2} \quad y \quad y^{(1/2)} = \frac{y^0 + y^1}{2} \tag{28}$$

En el caso general, en el cual  $z$  es el producto de  $n$  determinantes, el número de descomposiciones básicas posibles se incrementa, y es igual al número de permutaciones para las  $n$  variables. Por lo tanto,  $n!$  formas podrían obtenerse para descomponer el cambio en  $z$ ,  $\ddot{A}z$ . Entre los casos específicos se encuentran:

$$\Delta z = \Delta x_1 y_2^0 \dots x_n + x_1^1 \Delta x_2 \dots x_n + \dots + x_1^1 x_2^1 \dots \Delta x_n \tag{29}$$

$$\Delta z = \Delta x_1 y_2^1 \dots x_n^1 + x_1^0 \Delta x_2 \dots x_n^1 + \dots + x_1^0 x_2^0 \dots \Delta x_n \tag{30}$$

A estas expresiones usualmente se les conoce como “descomposiciones polares” porque las expresiones para los efectos se caracterizan por los mismos símbolos para todos los determinantes del lado derecho e izquierdo del factor  $\Delta x_i$ . La ausencia de una solución única deja una elección arbitraria para alguna de las  $n!$  posibilidades, o la alternativa de obtener una solución promedio. El promedio de las dos descomposiciones polares es muy cercana a tomar el promedio de todas las  $n!$  formas. También explican que la fórmula del promedio ponderado es no exhaustiva si  $n > 2$ .

El método basado en rutas se construye con base en los trabajos de Hoekstra & Van den Bergh (2002), de Harrison (2000), quienes introducen las ideas básicas de lo que podríamos llamar el método basado en rutas (PB por sus siglas en inglés Path Based). El sistema alternativo comienza bajo la premisa de que tanto el valor de  $z$  como el valor de sus determinantes  $x_i$  observan cambios continuos a través del tiempo, entre el tiempo 0 y el tiempo 1. Esto puede representarse como:

$$z(t) = x_1(t)x_2(t)\dots x_n(t) \tag{31}$$

Asumiendo la diferenciabilidad de cada cambio infinitesimal  $x_i(t)$  en  $z$  esto puede expresarse como:

$$dz = \frac{dz}{dx_1} \frac{dx_1}{dt} dt + \dots + \frac{dz}{dx_n} \frac{dx_n}{dt} dt \tag{32}$$

El cambio total en  $z$  puede ser expresado como la suma de todos los cambios infinitesimales entre el tiempo 0 y el tiempo 1:

$$fz = \int_{t=0}^{t=1} \frac{dz}{dt} dt = \int_{t=0}^{t=1} \sum_{i=1}^n \frac{dz}{dx_i} \frac{dx_i}{dt} dt \tag{33}$$

Los efectos de los determinantes  $x_i$  pueden ahora escribirse como:

$$\text{efecto } f_{x_i} = \int_{t=0}^{t=1} \frac{dz}{dx_i} \frac{dx_i}{dt} dt = \int_{t=0}^{t=1} \prod_{j \neq i} x_j \frac{dx_i}{dt} dt \tag{34}$$

La ecuación (34) muestra que las derivadas de los determinantes  $x_i$  en el tiempo  $t$  juegan un papel importante en el tamaño de los efectos atribuidos a los cambios en esos determinantes. En consecuencia la elección de las formas funcionales de las funciones  $x_i(t) = f_i(t)$ , o en otras palabras, la especificación de las rutas temporales que las variables siguen entre el periodo inicial y el final, pueden tener un gran impacto en la medida en que sus efectos conjuntos se agreguen a la variación de  $z$ .

Harrison propone la solución a la cual llega al asumir rutas de las variables  $x_i$  como;

$$x_i(t) = x_i^0 + (x_i^1 - x_i^0)t = x_i^0 + \Delta x_i t \tag{35}$$

En el caso de dos determinantes, este procedimiento atribuye la mitad del efecto interacción al primer determinante y la otra mitad al segundo determinante.

32

Algunos autores relajan el supuesto de una línea recta, al considerar formas más flexibles para las funciones  $f_i(t)$ . Para mantener las posibilidades de estimar los parámetros que caracterizan la ruta temporal de las variables, se considera una clase específica de funciones monotónicas sin puntos de inflexión:

$$x_i(t) = x_i^0 + \Delta x_i t^{\square_i} ; \square_i > 0 \tag{36}$$

La ruta temporal de  $x_i$  podría ser una línea continua si  $\square_i$  es igual a 1. La idea básica es que la ruta específica desconocida por el valor del parámetro  $\square_i$  determina las participaciones del efecto interacción que se atribuye a los distintos determinantes.

Para el caso más general en el cual un cambio en  $z$  se descompone en los efectos de  $n$  determinantes  $x_i$ , la expresión para sus contribuciones respectivas para cualquier conjunto posible de  $n$  rutas de tiempo fue dada en la ecuación (34). Sustituyendo las rutas temporales más específicas asumidas en la ecuación (36) en la ecuación (34), puede escribirse:

$$\Delta x_i = \int_{t=0}^{t=1} \prod_{j \neq i} x_j \frac{dx_i}{dt} dt = \left[ \prod_{j < i} x_j^0 \right] \Delta x_i \left[ \prod_{j > i} x_j^0 \right] + \tag{37a}$$

$$\sum_{j \neq i} \left[ \frac{\theta_j}{\theta_i + \theta_j} \prod_{k < i} x_k^0 \Delta x_k \prod_{i < k < j} x_k^0 \Delta x_j \prod_{k > j} x_k^0 \right] + \tag{37b}$$

$$\sum_{j \neq i} \sum_{l \neq j} \left[ \frac{\theta_l}{\theta_j + \theta_j + \theta_l} \prod_{k < i} x_k^0 \Delta x_k \prod_{i < k < j} x_k^0 \Delta x_j \prod_{j < k < l} x_k^0 \Delta x_l \prod_{k > l} x_k^0 \right] + \tag{37c}$$

$$\frac{\theta_i}{\sum_{j=1}^n \theta_j} \left[ \prod_{j=1}^n \Delta x_j \right] \tag{37d}$$

El primer término (37a) muestra la contribución más pequeña para el determinante  $x_i$ , el cual está dado por su crecimiento  $\Delta x_i$  ponderado por los valores iniciales de las otras

variables. Además no contiene ningún término de los efectos de interacción. Los términos restantes muestran un conjunto de efectos de interacción entre el grupo de determinantes, también ponderados por los valores iniciales de los determinantes restantes. La distribución de estos efectos conjuntos entre los efectos de los determinantes depende de los valores de  $\square_i$ . Existen efectos conjuntos múltiples entre los determinantes.

Específicamente existen  $\binom{n-1}{1}$  posibilidades de interacción entre  $x_i$  y cada uno de los restantes  $n - 1$  determinantes,  $\binom{n-1}{2}$  términos miden el efecto conjunto de  $x_i$  con grupos de  $n - 2$  determinantes, etc. Generalizando, en la expresión para el efecto de  $x_i$  existirán  $\binom{n-1}{k}$  términos para el efecto conjunto con grupos de  $k$  determinantes. El último término, (37d), muestra la parte de la contribución conjunta de todos los determinantes hacia el efecto de interacción atribuido a  $x_i$ . La importancia de los valores de los parámetros  $\square_i$  para medir las contribuciones de los determinantes se observa en la ecuación (37). El valor de  $\square_i$  es más alto en comparación al de  $\square_j$ , la proporción más grande del efecto interacción atribuido a  $x_i$  y, por lo tanto su contribución al cambio total en la variable  $z$  es mayor.

Para ilustrar esta idea resulta útil dar valores extremos al parámetro  $\square_i$ . Primero suponga que  $\square_i$  tiende hacia su valor mínimo, por ejemplo, suponemos que es muy cercano a cero. En este caso se obtiene:

$$\lim_{\square_i \rightarrow 0} \Delta x_i = \left[ \prod_{j \neq i} x_j^0 \right] \Delta x_i \left[ \prod_{j \neq i} x_j^0 \right] = x_1^0 x_2^0 \dots x_{i-1}^0 \Delta x_i x_{i+1}^0 \dots x_n^0 \quad (38)$$

Este podría ser el caso en el cual el efecto de cambios en la variable  $x_i$  es muy pequeño, porque se está ponderando por los determinantes restantes en su valor inicial. La situación opuesta sucede si suponemos que el parámetro  $\square_i$  tiene un valor mucho más alto que el resto de los parámetros  $\square_j$ . Entonces, la contribución de  $x_i$  podría ser:

$$\lim \Delta x_i = x_1^1 x_2^1 \dots x_{i-1}^1 \Delta x_i x_{i+1}^1 \dots x_n^1 \quad (39)$$

En tal caso, la contribución de  $x_i$  a los cambios en la variable  $z$  es bastante grande, dado que se ponderan sus variaciones por los determinantes restantes calculados en su valor final. Entre estas dos situaciones extremas existe un rango infinito de contribuciones posibles para cada determinante, lo cual depende del valor de los parámetros  $\square_j$ . Todas las soluciones obtenidas por la técnica Análisis de Descomposición Estructural (SDA por sus siglas en inglés) son incluidas en esta serie.

Actualmente la práctica común en el SDA es presentar promedios de las formas de descomposición. El promedio de todas las  $n!$  formas de descomposición también puede obtenerse por el método PB (Path Based, método basado en patrones). Si no se tuviese ninguna información sobre la evolución de los determinantes a través del tiempo más que la observación inicial y

final, podría ser más práctico asumir que los parámetros de la ruta temporal son iguales uno a otro ( $\square_1 = \square_2 = \dots = \square_n$ ). De acuerdo a la ecuación (37) se encuentra que:

$$\Delta x_j = \int_{t=0}^{t=1} \prod_{j \neq i} x_j \frac{dx_i}{dt} dt = \left[ \prod_{j < i} x_j^0 \right] \Delta x_j \left[ \prod_{j > i} x_j^0 \right] + \tag{40a}$$

$$\sum_{j \neq i} \left[ \frac{1}{2} \prod_{k < i} x_k^0 \Delta x_j \prod_{i < k < j} x_k^0 \Delta x_j \prod_{k > j} x_k^0 \right] + \tag{40b}$$

$$\sum_{j \neq i} \sum_{l \neq j} \left[ \frac{1}{3} \prod_{k < i} x_k^0 \Delta x_l \prod_{i < k < j} x_k^0 \Delta x_j \prod_{j < k < l} x_k^0 \Delta x_j \prod_{k > l} x_k^0 \right] + \tag{40c}$$

$$\frac{1}{n} \left[ \prod_{j=1}^n \Delta x_j \right] \tag{40d}$$

34

Los efectos de interacción son una participación proporcional a los cambios en los valores de los determinantes.

#### 4. El Shift-Share Dentro de un Método General de Descomposición

En esta sección se analiza una técnica general de descomposición, basada conjuntamente en los enfoques de Vogt (1978)<sup>8</sup> y Harrison y otros (2000), para medir la influencia de cambios exógenos sobre determinadas variables. Se comprobará que la solución a esta técnica genérica consiste en asignar valores a determinados parámetros desconocidos, además de que, la expresión del Shift-Share clásico corresponde a una asignación concreta dentro de un amplio rango de posibilidades.

Se parte de una variable dependiente  $z$  cuyo valor es función de un conjunto de variables explicativas, es decir,  $z = F(x_1, \dots, x_n)$ . Por otro lado, se define una variable  $t$  que refleja el instante de tiempo en el que nos encontramos y que oscila entre 0 (periodo inicial) y 1 (periodo final).<sup>9</sup> Así podremos medir el incremento registrado en  $z$  como:

$$\Delta z = z_1 - z_0 = x_{11}x_{21}\dots x_{n1} - x_{10}x_{20}\dots x_{n0} \tag{41}$$

Si la función  $F$  es derivable<sup>10</sup> se puede expresar un cambio infinitesimal en  $z$  que se produzca en cualquier instante comprendido entre el inicial y el final como:

<sup>8</sup> Una alternativa a la utilización del enfoque Shift-Share, si la relación existente entre las variables es de carácter multiplicativo, la constituyen las técnicas basadas en la utilización de números índices, en concreto, los denominados índices Divisia (Hoekstra & Van der Bergh, 1999). Sin embargo, dichos índices no consiguen obtener una descomposición exhaustiva del cambio, ya que en sus expresiones aparece un término residual.

<sup>9</sup> Aunque estos valores pueden parecer arbitrarios, no suponen una pérdida de generalidad en el análisis, puesto que podemos concebir esta variable  $t$  como la “proporción de tiempo transcurrido entre los instantes inicial y final”.

<sup>10</sup> Como es nuestro caso, ya que  $z_{ij} = xyw$ .

$$dz = \frac{\partial F}{\partial x_1} dx_1 + \dots + \frac{\partial F}{\partial x_n} dx_n \quad (42)$$

Asumamos a las variables  $x_i$  como una función del tiempo; de modo tal que,  $x_i = H_i(t)$ , donde cada una de las  $H_i(t)$  es una también una función continua y diferenciable. Teniendo en cuenta (18), obtenemos:

$$dz = \frac{\partial F}{\partial x_1} \frac{dx_1}{dt} dt + \dots + \frac{\partial F}{\partial x_n} \frac{dx_n}{dt} dt \quad (43)$$

De este modo, es posible expresar el cambio total que se produce en la variable  $z$  como el agregado de todos los cambios infinitesimales en ese intervalo de tiempo:

$$\Delta z = \int_{t=0}^{t=1} \frac{dz}{dt} dt = \int_{t=0}^{t=1} \sum_{i=1}^n \frac{\partial F}{\partial x_i} \frac{dx_i}{dt} dt \quad (44)$$

Así, podemos expresar las contribuciones de cada variable exógena  $x_i$  al cambio total, esto es,  $\int_{t=0}^{t=1} \frac{\partial F}{\partial x_i} \frac{dx_i}{dt} dt$ . La evolución de cada variable  $x_i$  a lo largo del tiempo, o dicho en otras palabras, la forma que toma  $H_i(t)$  es un aspecto de gran trascendencia en la cuantificación de las contribuciones individuales al cambio. Harrison (ob. cit.), también, propone la utilización de sendas temporales lineales, es decir,  $H_i(t) = x_{i0} + \Delta x_i t$ , debido al “buen comportamiento” y a la fácil interpretación que éstas presentan.

A partir de los resultados obtenidos en el citado trabajo (Harrison y otros, 2000), es posible generalizar el análisis, concibiendo familias de sendas temporales de la forma:

$$x_i(t) = x_{i0} + \Delta x_i t^{\theta_i}; \forall \theta_i > 0 \quad (45)$$

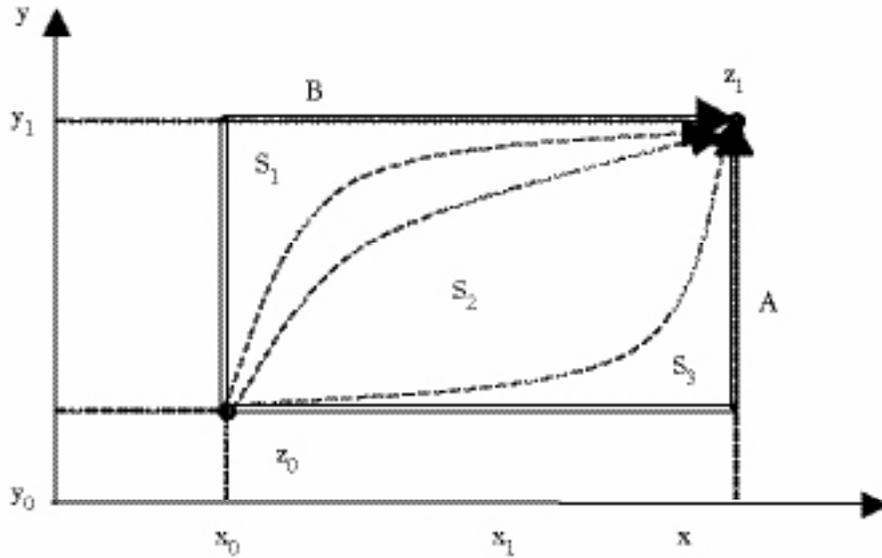
De esta forma, si  $t$  está en el instante inicial  $x_i$  será  $x_{i0}$ , mientras que si  $t$  es igual a 1 tomará valor  $x_{i1} = x_{i0} + \Delta x_i$ , siendo  $\Delta x_i$  la diferencia entre el valor final y el inicial de  $x_i$ , es decir,  $\Delta x_i = x_{i1} - x_{i0}$ . Para simplificar el análisis, pero sin pérdida de generalidad, se supone que  $\Delta x_i \geq 0$ ;  $\forall i = 1, 2, \dots, n$ ; también se exige que  $\theta_i$  sea positivo ya que, de este modo, los valores de  $x_i$  oscilan entre  $x_{i0}$  y  $x_{i1}$ , es decir, las sendas temporales serán monótonas no decrecientes siempre que  $\Delta x_i \geq 0$ . Para facilitar la exposición, se planteará un caso sencillo, sólo con dos variables explicativas, donde ahora  $z = xy$ . Aplicando los supuestos anteriores:

$$x(t) = x_0 + \Delta x t^{\theta_x} \quad (46)$$

$$y(t) = y_0 + \Delta y t^{\theta_y} \quad (47)$$

Por lo que se dispone de un número infinito de sendas temporales para las variables explicativas, definidas para cualquier valor  $\theta_i$  positivo. Gráficamente:

**Gráfico 1**  
**Probables sendas de expansión temporal entre los instantes 0 y 1**



36

Entre las sendas “extremas” A y B pueden concebirse infinitas sendas monótonas no decrecientes como  $S_1, S_2, S_3, \dots$ , estando determinada su forma concreta por el valor del correspondiente parámetro  $\square_i$ .<sup>11</sup>

Las contribuciones son cuantificadas como cada uno de los sumandos de la expresión (20), pueden obtenerse resolviendo:

$$\begin{aligned} \text{Cont. } x &= \int_{t=0}^{t=1} \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} dt = \int_0^1 y(t) \theta_x \Delta x t^{\theta_x-1} dt = \int_0^1 (y_0 \theta_x \Delta x t^{\theta_x-1} + \theta_x \Delta y \Delta x t^{\theta_x+\theta_y-1}) dt \\ \text{Cont. } y &= \int_{t=0}^{t=1} \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} dt = \int_0^1 x(t) \theta_y \Delta y t^{\theta_y-1} dt = \int_0^1 (x_0 \theta_y \Delta y t^{\theta_y-1} + \theta_y \Delta x \Delta y t^{\theta_x+\theta_y-1}) dt \end{aligned} \quad (48)$$

Resolviendo ambas expresiones se obtiene:

$$\begin{aligned} \text{Cont. } x &= y_0 \Delta x + \frac{\theta_x}{\theta_x + \theta_y} \Delta x \Delta y \\ \text{Cont. } y &= x_0 \Delta y + \frac{\theta_y}{\theta_x + \theta_y} \Delta x \Delta y \end{aligned} \quad (49)$$

<sup>11</sup> Podemos enlazar el planteamiento anterior con la conceptualización geométrica de la noción de derivada. Así pues, el método general permitiría abordar el análisis del cambio a través de cualquier dirección curvilínea, esto es, estaríamos considerando la derivada según la dirección de una curva, mientras que

Observe que si  $\square_x$  tiende a infinito:

$$\begin{aligned} \lim_{\square_x \rightarrow \infty} \text{Cont. } x &= y_0 \Delta x + \Delta x \Delta y = y_1 \Delta x \\ \lim_{\square_x \rightarrow \infty} \text{Cont. } y &= x_0 \Delta y \end{aligned} \quad (50)$$

mientras que si  $\square_x$  tiende a cero:

$$\begin{aligned} \lim_{\square_x \rightarrow 0} \text{Cont. } x &= y_0 \Delta x \\ \lim_{\square_x \rightarrow 0} \text{Cont. } y &= x_0 \Delta y + \Delta x \Delta y = x_1 \Delta y \end{aligned} \quad (52)$$

Es posible obtener resultados equivalentes razonando en términos de  $\square_y$ .

La expresión (50) otorga a  $x$  la máxima contribución posible ( $y_1 \Delta x$ ) y la mínima a  $y$  ( $x_0 \Delta y$ ). Vemos entonces que, si sólo distinguiese dos efectos, una de las soluciones proporcionaría el Shift-Share clásico, como un caso concreto de este método alternativo, cuando  $\square_x$  tiende a infinito.<sup>12</sup> Si razonamos en términos de la variable  $y$  se obtiene un resultado equivalente con la expresión (52). De este modo, el resultado de la técnica Shift-Share coincide con el de este método general en el caso de que los parámetros adopten valores extremos, por tanto, puede concebirse como un caso particular de este método alternativo.

Retomando el problema donde existen tres variables explicativas para el valor que  $z_{ij}$  adopta, tal como se ha expuesto en (2), aplicado este método general de descomposición las contribuciones respectivas serían:

$$EN = \text{Cont. } n = \Delta ns_0 r_0 + \frac{\theta_x}{\theta_x + \theta_s} \Delta n \Delta s r_0 + \frac{\theta_x}{\theta_x + \theta_r} \Delta ns_0 \Delta r + \frac{\theta_x}{\theta_x + \theta_s + \theta_r} \Delta n \Delta s \Delta r \quad (53)$$

$$ESC = \text{Cont. } s = n_0 \Delta s r_0 + \frac{\theta_s}{\theta_x + \theta_s} \Delta n \Delta s r_0 + \frac{\theta_s}{\theta_s + \theta_r} n_0 \Delta s \Delta r + \frac{\theta_s}{\theta_x + \theta_s + \theta_r} \Delta n \Delta s \Delta r \quad (54)$$

$$ERC = \text{Cont. } r = n_0 x_0 \Delta r + \frac{\theta_r}{\theta_x + \theta_r} \Delta ns_0 \Delta r + \frac{\theta_r}{\theta_s + \theta_r} n_0 \Delta s \Delta r + \frac{\theta_r}{\theta_x + \theta_s + \theta_r} \Delta n \Delta s \Delta r \quad (55)$$

si nos limitamos a considerar las sendas extremas dicho cambio sólo puede efectuarse a través de unas trayectorias rectilíneas concretas, lo que podría encuadrarse dentro del concepto de derivada parcial, caso particular del anterior.

<sup>12</sup> Podemos suponer que el valor de  $z_{ij}$  viene dado por la siguiente expresión:  $z_{ij} = xy$ ; donde  $x = z_i$  mientras que  $y = \frac{z_{ij}}{z_i}$ . Es decir, sólo se consideraría dos efectos, en este caso el sectorial y el regional. Nótese que las 2 posibles soluciones que se alcanzarían ahora serían:  $\Delta z_{ij} = x_0 \Delta y + \Delta x y_1$ ; o bien,  $\Delta z_{ij} = x_1 \Delta y + \Delta x y_0$ . Este aspecto puede verse con mayor profundidad en Fernández y Ramos (2002b).

La interpretación de estos resultados es bastante intuitiva. Comenzando por el efecto nacional, mientras que en la solución que ofrece el análisis Shift-Share clásico es  $EN = \Delta n s_0 r_0$ , la expresión (53) muestra como:

$$\begin{aligned}
 EN &= \Delta n s_0 r_0 + \frac{\theta_s}{\theta_n + \theta_s} \Delta n \Delta s r_0 + \frac{\theta_s}{\theta_n + \theta_r} \Delta n s_0 \Delta r + \frac{\theta_s}{\theta_n + \theta_s + \theta_r} \Delta n \Delta s \Delta r \\
 \Delta n s_0 r_0 &= \left( \frac{Z^1}{Z^0} - 1 \right) Z_{\sigma}^0, \\
 \Delta n \Delta s r_0 &= Z^1 - Z^0 \left( \frac{Z_i^1}{Z^1} - \frac{Z_i^0}{Z^0} \right) \left( \frac{Z_0^0}{Z_i^0} \right) \\
 \Delta n s_0 \Delta r &= Z^1 - Z^0 \left( \frac{Z_i^0}{Z^0} \right) \left( \frac{Z_y^1}{Z_i^1} - \frac{Z_y^0}{Z_i^0} \right) \\
 \Delta n \Delta s \Delta r &= Z^1 - Z^0 \left( \frac{Z_i^1}{Z^1} - \frac{Z_i^0}{Z^0} \right) \left( \frac{Z_y^1}{Z_i^1} - \frac{Z_y^0}{Z_i^0} \right)
 \end{aligned} \tag{56}$$

Observe que el Shift-Share clásico asigna un valor próximo a cero al parámetro  $\theta_n$ . El efecto regional según este método general es:

$$\begin{aligned}
 ERC &= n_0 s_0 \Delta r + \frac{\theta_r}{\theta_n + \theta_r} \Delta n s_0 \Delta r + \frac{\theta_r}{\theta_s + \theta_r} n_0 \Delta s \Delta r + \frac{\theta_r}{\theta_n + \theta_s + \theta_r} \Delta n \Delta s \Delta r \\
 n_0 s_0 \Delta r &= Z_i^0 \left( \frac{Z_y^1}{Z_i^1} - \frac{Z_y^0}{Z_i^0} \right) \\
 \Delta n s_0 \Delta r &= Z^1 - Z^0 \left( \frac{Z_i^0}{Z^0} \right) \left( \frac{Z_y^1}{Z_i^1} - \frac{Z_y^0}{Z_i^0} \right) \\
 n_0 \Delta s \Delta r &= Z^0 \left( \frac{Z_j^1}{Z^1} - \frac{Z_j^0}{Z^0} \right) \left( \frac{Z_y^1}{Z_i^1} - \frac{Z_y^0}{Z_i^0} \right) \\
 \Delta n \Delta s \Delta r &= Z^1 - Z^0 \left( \frac{Z_i^1}{Z^1} - \frac{Z_i^0}{Z^0} \right) \left( \frac{Z_y^1}{Z_i^1} - \frac{Z_y^0}{Z_i^0} \right)
 \end{aligned} \tag{57}$$

mientras que la solución ofrecida por el Shift-Share es:  $ERC = n_1 s_1 \Delta r$ .

Es decir, esta técnica asigna un valor infinitamente grande al parámetro  $\theta_r$ . Por último, en lo que se refiere al efecto sectorial, mediante el uso del Shift-Share se obtiene:  $ERC = n_1 \Delta s r_0$ , que es el resultado de la expresión (54) cuando el parámetro  $\theta_n$  toma un valor próximo a cero mientras que simultáneamente  $\theta_r$  es infinitamente grande.

$$\begin{aligned}
 ESC = Cont. s &= n_0 \Delta sr_0 + \frac{\theta_s}{\theta_n + \theta_s} \Delta n \Delta sr_0 + \frac{\theta_s}{\theta_s + \theta_r} n_0 \Delta s \Delta r + \frac{\theta_s}{\theta_n + \theta_s + \theta_r} \Delta n \Delta s \Delta r \\
 n_0 \Delta sr_0 &= Z^0 \left( \frac{Z_i^1}{Z^1} - \frac{Z_i^0}{Z^0} \right) \left( \frac{Z_j^0}{Z_i^0} \right) \\
 \Delta n \Delta sr_0 &= Z^1 - Z^0 \left( \frac{Z_i^1}{Z^1} - \frac{Z_i^0}{Z^0} \right) \left( \frac{Z_j^0}{Z_i^0} \right) \\
 n_0 \Delta s \Delta r &= Z^0 \left( \frac{Z_j^1}{Z^1} - \frac{Z_j^0}{Z^0} \right) \left( \frac{Z_i^1}{Z_i^0} - \frac{Z_i^0}{Z_i^0} \right) \\
 \Delta n \Delta s \Delta r &= Z^1 - Z^0 \left( \frac{Z_i^1}{Z^1} - \frac{Z_i^0}{Z^0} \right) \left( \frac{Z_j^1}{Z_i^1} - \frac{Z_j^0}{Z_i^0} \right)
 \end{aligned} \tag{58}$$

Por tanto, el problema de descomposición puede ser concebido como la asignación de valores a parámetros desconocidos. En función de estos valores (en términos relativos) se estará determinando la contribución de cada uno de los factores al cambio total. Por ejemplo, si el efecto nacional es cuantificado según la técnica Shift-Share clásica se está suponiendo que este efecto toma el mínimo valor de todos los posibles, pues al ser  $\theta_n$  muy próximo a 0, no se consideran las posibles interacciones de este determinante con el resto. Lo contrario ocurre cuando el Shift-Share cuantifica el efecto regional, considera que todos los términos de interacción que aparecen en (55) corresponden al factor regional.

Considere, también que en un escenario en el que los tres componentes de  $z_{ij}$  (la variable a escala nacional, el peso nacional del sector  $i$ , y el peso en la región  $j$  del sector  $i$ ) se muevan temporalmente en la misma dirección, el resultado alcanzado en el Shift-Share clásico asignará al efecto nacional ( $EN$ ) el menor valor posible y al mismo tiempo concede al efecto regional comparado ( $ERC$ ) su mayor valor; a menos que, los verdaderos valores de los parámetros coincidan exactamente con los que la solución del Shift-Share les otorga, es decir, a menos que la determinación arbitraria de las sendas temporales de los efectos coincida con las verdaderas sendas temporales los resultados obtenidos por el Shift-Share habrán estado subestimando el efecto nacional y sobrestimando el regional.<sup>13</sup>

<sup>13</sup> Esta conclusión contradice la alcanzada por Barff & Knigth (1988). En su trabajo se concluye que si la tasa de crecimiento regional es superior a la nacional, el efecto nacional estará siendo subestimado, argumento que se emplea para proponer el “Shift-Share dinámico” como alternativa. Este resultado no se mantiene si a nivel nacional la variable crece y al mismo tiempo el peso sectorial disminuye, por ejemplo.

## 5. Descomposición Del Cambio En El Empleo A Partir Del Método General

La idea central de este método descansa sobre las sendas temporales que siguen las variables entre los instantes inicial y final y que son desconocidas. Si únicamente disponemos de información acerca de los valores iniciales y finales de las variables explicativas, podemos concebir un número infinito de sendas temporales que cumplan el requisito de unir ambos puntos. El problema de la no singularidad de las soluciones surge debido a los múltiples valores que pueden asumir los coeficientes que definen las sendas temporales. A partir de las expresiones (53), (54) y (55) y planteando diversas situaciones donde cada  $\theta_i$  tome valores extremos, esto es, tienda a cero o infinito, pueden delimitarse las contribuciones máximas y mínimas de cada uno de los tres componentes, tal como se muestra en la siguiente tabla:

En este cuadro se presentan, acotadas por su valor máximo y mínimo, las contribuciones de los efectos nacional, sectorial y regional para las doce cadenas productivas señaladas. Como puede notarse la variabilidad en los resultados es considerable. A modo de ejemplo, sigamos considerando el sector de productos alimenticios como referencia de análisis. En los resultados puede apreciarse que el efecto nacional puede suponer más del doble del efecto sectorial (5.4% del primero frente al -1.6% del segundo) tomando una de las posibles soluciones, o bien que el efecto nacional supone prácticamente la misma influencia que el efecto sectorial (4.4% frente al 4.5%).

Frente a tales resultados, es fácil inferir que las conclusiones obtenidas dependen en gran medida de la formulación elegida para llevar a cabo el análisis y que esta decisión es tomada de una forma puramente arbitraria, esto implica, a priori y sin información adicional que cualquiera de las soluciones posibles es tan válida como las otras. Realmente, el valor que toma la influencia de cada uno de los tres efectos no es conocido y únicamente sabemos que estaría comprendido entre los extremos señalados, dependiendo de los valores que se asignen a los parámetros ( $\square$ ).

El cálculo de estos ponderadores puede concebirse, entonces, como un problema de estimación de parámetros desconocidos. Sin embargo, no es posible aplicar un procedimiento de estimación convencional sin hacer supuestos adicionales acerca del comportamiento de las variables.<sup>14</sup> Los métodos basados en la teoría de la información constituyen una alternativa a las técnicas econométricas usuales en contextos donde los datos son limitados (Golan y otros, 1996), es decir, una situación como la del problema de estimación que se plantea.

<sup>14</sup> Este tipo de supuestos son los que se emplean en el Shift-Share estocástico en el que se parte de la expresión:  $r_{ij} = \beta_0 + \beta_1 + e_{ij}$ , donde  $\square_1$  es el parámetro a estimar y  $e_{ij}$  es una perturbación aleatoria a la que se le supone una distribución normal con media nula, no autocorrelacionada y homoscedástica.

**Cuadro 4**

**Contribuciones máximas y mínimas de cada efecto al cambio (% sobre la TMCA)**

		<i>1. Metalmecánica y automotriz</i>	<i>2. Minerales no metálicos y otros productos metálicos</i>	<i>3. Productos químicos</i>	<i>4. Productos alimenticios</i>
TMCA		-0,2%	1,2%	1,4%	7,1%
Nacional	Máximo	5,6%	5,3%	5,2%	5,4%
	Promedio	4,8%	4,7%	4,7%	4,4%
	Mínimo	3,5%	3,8%	3,8%	4,0%
Sectorial	Máximo	-0,4%	-1,3%	-0,7%	-0,7%
	Promedio	-0,4%	-1,5%	-0,8%	-1,0%
	Mínimo	-0,4%	-1,8%	-0,9%	-1,6%
Competitivo	Máximo	-3,3%	-1,3%	-1,8%	4,5%
	Promedio	-4,1%	-1,7%	-2,2%	3,4%
	Mínimo	-5,3%	-2,3%	-2,9%	2,7%
		<i>5. Energéticos y derivados</i>	<i>6. Textiles</i>	<i>7. Partes de plástico, vidrio y madera para la industria electrónica</i>	<i>8. Productos de papel y cartón</i>
TMCA					
Nacional	Máximo	-1,3%	4,6%	1,2%	2,6%
	Promedio	5,9%	5,3%	5,2%	4,9%
	Mínimo	4,9%	4,5%	4,7%	4,6%
Sectorial	Máximo	3,3%	3,9%	3,5%	4,1%
	Promedio	-3,1%	3,6%	2,1%	-0,2%
	Mínimo	-3,4%	3,1%	2,0%	-0,2%
Competitivo	Máximo	-4,0%	2,9%	1,9%	-0,2%
	Promedio	-1,6%	-2,1%	-3,8%	-1,3%
	Mínimo	-2,3%	-2,9%	-5,0%	-1,6%
		<i>9. Insumos para la producción de auto partes</i>	<i>10. Metales no ferrosos y sus productos</i>	<i>11. Productos de cuero</i>	<i>12. Alimentos para animales</i>
TMCA					
Nacional	Máximo				
	Promedio	1,8%	1,5%	2,0%	7,0%
	Mínimo	5,1%	5,2%	5,1%	5,1%

**Cuadro 4**  
**Contribuciones máximas y mínimas de cada efecto al cambio (% sobre la TMCA)**

		9. Insumos para la producción de auto partes	10. Metales no ferrosos y sus productos	11. Productos de cuero	12. Alimentos para animales
Sectorial	Máximo	4,7%	4,7%	4,7%	4,4%
	Promedio	3,7%	3,9%	3,9%	4,0%
	Mínimo	1,7%	-0,2%	0,7%	0,0%
Competitivo	Máximo	1,5%	-0,3%	0,6%	-0,1%
	Promedio	1,5%	-0,3%	0,6%	-0,1%
	Mínimo	-3,1%	-2,1%	-2,4%	3,0%
		-4,0%	-2,6%	-3,0%	2,3%
		-5,2%	-3,3%	-3,8%	1,9%

Fuente: Elaborado con información de Censos Económicos del INEGI.  
 TMCA=Tasa media de crecimiento anual.

Suponiendo un escenario en el que se dispone de información adicional referente al comportamiento de las variables explicativas entre los instantes inicial y final, sería posible aprovechar tal información para calcular sus respectivas contribuciones al cambio total de un modo no arbitrario.<sup>15</sup> Por tanto, el problema de partida se ha replanteado como una cuestión de estimación de parámetros desconocidos donde es posible aplicar técnicas econométricas conocidas sin necesidad de realizar supuestos adicionales.

## Conclusiones

Este trabajo analiza la técnica clásica del Shift-Share en el marco de una familia más general de técnicas que permiten medir las contribuciones de un conjunto de variables explicativas al cambio en una magnitud dependiente, cuando ésta viene definida como un producto.

Se comprueba que el problema que trata de resolver el Shift-Share puede plantearse a partir de la descomposición de una variable dependiente  $z_{ij}$  cuyo valor es el producto de tres determinantes. Así, es posible demostrar que la solución a la que llega el análisis Shift-Share clásico es simplemente una de las soluciones que se podrían alcanzar mediante la aplicación del razonamiento aplicado.

Se exponen, también, las principales características del método general de descomposición de un cambio, en el cuál las contribuciones al mismo dependen de las sendas que las variables explicativas sigan entre el instante inicial y final. Planteando estas sendas temporales como

<sup>15</sup> Una utilización de en esta clase de técnicas econométricas dentro de este mismo contexto de estimación puede verse en Fernández y Ramos (2002c).

funciones monótonas, el cálculo de las contribuciones es equivalente a asignar un valor a un conjunto de parámetros. Dependiendo de dicho valor la contribución de cada efecto puede variar en gran medida, por lo que asignando valores extremos a los parámetros,  $\theta_p$ , se estiman las contribuciones máxima y mínima de cada efecto.

Finalmente, se propone la utilización de técnicas de estimación derivadas de la teoría de la información para el cálculo de las contribuciones de los tres efectos de un modo no arbitrario.

### *Bibliografía*

- Arcelus, F. J. (1984): "An extension of Shift-Share analysis", *Growth and Change*, 15 (1), pp. 3-8.
- Berzeg, K. (1978): "The empirical content of Shift-Share analysis", *Journal of Regional Science*, 18, (3), pp. 463-469.
- Berzeg, K. (1984): "A note on statistical approaches to Shift-Share analysis", *Journal of Regional Science*, 24, (2), pp. 277-285.
- Betts, J.R. (1989): "Two exact, non-arbitrary and general methods of decomposing temporal change", *Economics Letters*, 30, pp.151-156.
- Bonet Morón, Jaime (1999): "El crecimiento regional en Colombia, 1980 – 1996: Una aproximación con el método Shift-Share", Documentos de Trabajo sobre Economía Regional del Banco de la República de Colombia, 10.
- Cadarso, M. A. (1999): "The problems with structural decomposition analysis", Documento de Trabajo 1/1999/4, Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. UCLM.
- Centro de Estudios Sociales y de Opinión Pública, (2002): "Monografías Socioeconómicas. Estado de México", Cámara de Diputados LIX Legislatura.
- Dávila Flores, Alejandro (2003): "Potencialidades de Desarrollo de la Región Centro del estado de Coahuila", Secretaría de Economía, México.
- Dávila Flores, Alejandro (2003): "Sistema de Información Geográfica: Los Agrupamientos Económicos del Sector Industrial en México", Secretaría de Economía, México.
- Dietzenbacher, E. & B. Los, (1998): "Structural decomposition techniques: sense and sensitivity", *Economic System Research*, 10, (4), pp.307-323.
- Diewert, W. E. (1993): "The economic theory of index numbers: a survey", en Diewert and Nakamura (eds.), *Essays in Index Number Theory*, Volume 1, North-Holland, Amsterdam, pp.177-221.
- Duarte J, Rosa, Julián Escario, & Melania Mur (1999): "Descomposición del crecimiento económico: Una aplicación de la técnica Shift Share a la Comunidad Aragonesa", Universidad de Zaragoza.
- Esteban-Marquillas, J. M. (1972): "Shift-Share analysis revisited", *Regional and Urban Economics*, 3, pp.249-256.
- Fernández González, Paula (2003): "El crecimiento económico regional a través de índices Divisia, análisis Shift-Share y técnicas de regresión. El caso catalán", 27 Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa.
- Fernández Vázquez, Esteban & Carmen Ramos Carvajal (2001): "Medición de los factores del crecimiento regional: una visión alternativa a las técnicas Shift –Share", Departamento de Economía Aplicada, Universidad de Oviedo.
- Fernández, E. y C. Ramos (2002a): "La descomposición de un cambio estructural como un problema de estimación", Actas del V Encuentro de Economía Aplicada, Oviedo.
- Fernández, E. y C. Ramos (2002b): "Un método alternativo de descomposición de un cambio estructural en el análisis Input-output", Documento de Trabajo 252/02, Facultad de CC. Económicas y Empresariales, Universidad de Oviedo.

- Fernández, E. y C. Ramos (2002c): "Estimating factor's contributions to structural temporal changes", Documento de Trabajo 254/02, Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad de Oviedo.
- Fothergill S. & G. Gudgin (1979): "In defence of Shift-Share", *Urban Studies*, 16, pp. 309-319.
- Galvis Aponte, Luis Armando (1999): "Recomposición del empleo industrial en Colombia, 1974 – 1996", Documentos de Trabajo sobre Economía Regional del Banco de la República de Colombia, 11.
- García Milà Teresa & Ramón Marimon (1999): "Crecimiento de las regiones españolas: Estructura Sectorial, Dinámica Regional y Distribución de Rentas", Universitat Pompeu Fabra.
- Klaassen, L. H. & J. H. P. Paelinck (1972): "Asymmetry in Shift-Share analysis", *Regional and Urban Economics*, 3, pp. 256-261.
- Laguna Reyes, Christian Enmanuel (2003): "Identificación de clusters industriales regionales en la economía del estado de Coahuila", Tesis, Centro de Investigaciones Socioeconómicas, Universidad Autónoma de Coahuila. Saltillo, México.
- Mayor, M. (2001): "Modelización sectorial-espacial del crecimiento. Aplicación al caso de Asturias". Memoria de Proyecto de Investigación. Departamento de Economía Aplicada. Universidad de Oviedo.
- Oosterhaven, J., Hoen, A. & R. van der Linden (1995): "Technology, trade and real value added growth of EC countries", 1975-1985, 11th International Conference on Input-Output Techniques, New Delhi, India.
- Richardson, H. W. (1978): "The state of regional economics: a survey article", *International Regional Science Review*, 3, pp.1-48.
- Rionda Ramírez, J.C. (2005) Contextos del desarrollo regional en México. Edición a texto completo en [www.eumed.net/libros/2005/jirr/](http://www.eumed.net/libros/2005/jirr/)
- Rose, A. & S. Casler (1996): "Input-output Structural Decomposition Analysis: a critical appraisal", *Economic Systems Research*, 8, (1), pp.75-92.